

## SPIS TREŚCI

1.	Brunon Szadkowski, Eligiusz Pasecki <b>Komparacyjny miernik rezystancji izolacji</b> .....	5
2.	Janusz Tokarski, Teresa Szadkowska, Brunon Szadkowski <b>Układ do pomiaru napięć powrotnych w dielektrykach</b> .....	11
3.	Adam Cichy, Brunon Szadkowski <b>O pewnych błędach w pomiarach przesunięcia fazowego sygnałów o infraniskich częstotliwościach</b> .....	23
4.	Andrzej Lebiecki <b>Pomiary współczynnika strat dielektrycznych za pomocą mostków automatycznych w badaniach diagnostycznych urządzeń elektroenergetycznych</b> .....	37
5.	Henryk Urzędniczok <b>Mostki równoważone częstotliwościowo jako przetworniki pomiarowe z wyjściem częstotliwościowym</b> .....	47
6.	Józef Parchański, Dvaine David <b>Zmodyfikowane ogniwo typu F-100 jako przetwornik naprężenia i siły</b> .....	63
7.	Józef Parchański, Dvaine David <b>Doświadczalna weryfikacja wyników symulacji naprężeń w ogniwie łańcucha typu F-100</b> .....	77
8.	Danuta Turzeniecka <b>Poprawa dokładności przybliżonej metody oceny niepewności całkowitej przez liniowe modelowanie zmian współczynnika rozszerzenia</b> .....	87
9.	Stefan Kubisa <b>Błędy i ich rozkłady prawdopodobieństwa, oceny niepewności pomiaru</b> .....	99
10.	Jan Szymkiewicz <b>Cyfrowa adiustacja kalibratora uniwersalnego</b> .....	115
11.	Janusz Guzik <b>O pewnej koncepcji adaptacji metod elektrycznej tomografii impedancyjnej do diagnostyki stanu izolacji</b> .....	123
12.	Janusz Guzik <b>Dobór parametrów toru przetwornika I/U przy założonych charakterystykach częstotliwościowych komparatora do szerokopasmowych badań dielektryków</b> .....	133
13.	Krzysztof Skrzypek, Ryszard Bogacz <b>Adaptacja metod rekurencyjnych dla programów pisanych w języku zorientowanym maszynowo</b> .....	141

# CONTENTS

1. Brunon Szadkowski, Eligiusz Pasecki A comparative instrument for insulation resistance measurement	5
2. Janusz Tokarski, Teresa Szadkowska, Brunon Szadkowski A circuit for measurements of recovery voltages in dielectrics	11
3. Adam Cichy, Brunon Szadkowski On certain errors in phase-shift measurements in infra-low frequency range	23
4. Andrzej Lebiezki Dielectric loss factor measurement in diagnostic testing of engineering equipment by means of automatic bridges	37
5. Henryk Urzędniczek The frequency balanced bridges as parameter-to-frequency measuring converters	47
6. Józef Parchański, Dvaine David A modified F-100 chain link as a stress and force transducer	63
7. Józef Parchański, Dvaine David Experimental verification of the results of stress simulations conducted on an F-100 chain link	77
8. Danuta Turzeniecka Improvement in accuracy of approximate method of expanded uncertainty estimation by linear modelling the coverage factor variations	87
9. Stefan Kubisa Errors and their probability distribution, estimates of measurement uncertainty	99
10. Jan Szmytkiewicz Digital calibration	115
11. Janusz Guzik On certain adaptation idea of electrical impedance tomography methods to diagnostics of electrical insulation condition	123
12. Janusz Guzik Choice of I/U converter channel parameters based on the assumed frequency characteristics of the comparator circuit used for wide-band investigations of dielectrics	133
13. Krzysztof Skrzypek, Ryszard Bogacz Adaptation of recursive methods to low level programming languages	141

Brunon SZADKOWSKI  
Eligiusz PASECKI  
Politechnika Śląska

## KOMPARACYJNY MIERNIK REZYSTANCJI IZOLACJI

**Streszczenie.** W artykule opisano miernik, w którym zastosowano metodę komparacyjną z przetwornikiem ilorazowym na wyjściu. W mierniku zastosowano rozwiązanie umożliwiające znaczne ograniczenie liczby niezbędnych, wysokorezystancyjnych wzorców rezystancji w obwodach do przełączania zakresów pomiarowych. Przedstawiono również wyniki badań wykonanego modelu miernika.

## A COMPARATIVE INSTRUMENT FOR INSULATION RESISTANCE MEASUREMENTS

**Summary.** A measuring instrument, in which the comparative method has been used, is described in the paper. A dividing converter is at the output of the instrument. Owing to the instrument construction it is possible to limit necessary, high-resistance standards in the circuits for changing the measuring ranges. Research results of the constructed instrument model are presented in the paper as well.

### 1. WPROWADZENIE

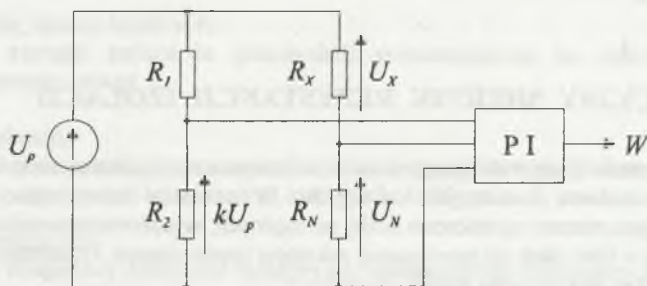
Celem opracowania jest przedstawienie rozwiązania miernika do pomiaru rezystancji izolacji, który umożliwiłby pomiary w zakresie ( $10^8 \div 10^{12}$ )  $\Omega$  z niepewnością wymaganą przez odpowiednią normę [1], a ponadto — który charakteryzowałby się następującymi właściwościami:

- niezależnością sygnału wyjściowego od zmian napięcia zasilania miernika (w szerokim zakresie),
- cyfrowym sygnałem wyjściowym, najlepiej — liniowo zależnym od wartości mierzonej rezystancji (czyli miernikiem z tzw. bezpośrednim odczytem, o charakterystyce liniowej),
- wykonaniem małowabarytowym (przenośnym), tańszym od znanych rozwiązań.

Jednoczesne spełnienie podanych wymagań jest dość trudne i aktualnie stosowane mierniki na ogół ich nie spełniają [2].

Znana w literaturze [3], [4] metoda pomiaru rezystancji  $R_X$  poprzez tzw. równoprądową komparację z rezystorem wzorcowym  $R_N$ , przy jednoczesnym zastosowaniu na wyjściu

przetwornika ilorazowego PI — mogłaby spełnić podane wyżej wymagania, jednak metoda ta nie nadaje się bezpośrednio do pomiarów dużych rezystancji ( $10^8 + 10^{12}$ )  $\Omega$ . W celu przystosowania wspomnianej metody do pomiarów dużych rezystancji można zastosować zmodyfikowany układ komparacyjny o ogólnym schemacie, przedstawionym na rys. 1 [5].



Rys. 1. Ogólny schemat zmodyfikowanego układu komparacji rezystancji  $R_X$  i  $R_N$  (do pomiarów dużych rezystancji)

Fig. 1. General diagram of the modified circuit for resistance  $R_X$  and  $R_N$  comparison (for measurements of high resistances)

Sygnal wyjściowy  $W$  z przetwornika ilorazowego PI określony jest równaniem:

$$W = \frac{k U_x}{U_N} = k \left( \frac{U_x}{U_N} + 1 \right) = k \frac{U_x}{U_N}. \quad (1)$$

Zakładając pomijalnie mały pobór mocy przez przetwornik PI, można przyjąć, że spełniona jest relacja  $\frac{U_x}{U_N} = \frac{R_x}{R_N}$ , a zatem sygnał  $W$  z dobrym przybliżeniem można określić równaniem:

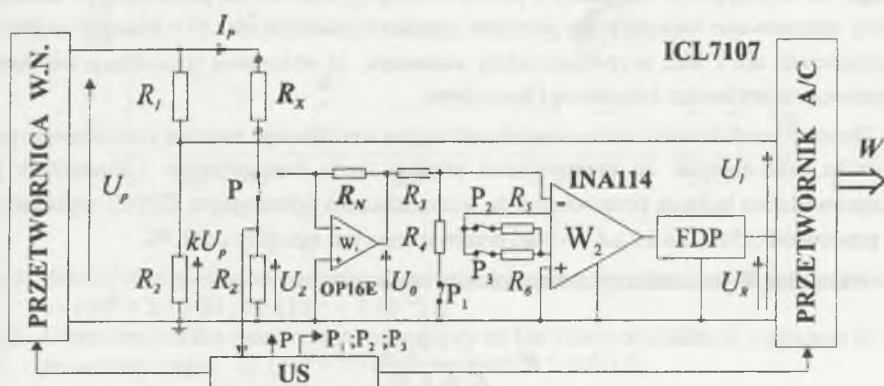
$$W = k \frac{R_x}{R_N}. \quad (2)$$

Wynika stąd, że w rozpatrywanym układzie sygnał  $W$  jest liniowo zależny od mierzonej rezystancji  $R_X$  i nie zależy od zmian napięcia zasilania  $U$ .

W dalszym ciągu opisano miernik rezystancji izolacji zrealizowany wg koncepcji przedstawionej na rys. 1.

## 2. OPIS MIERNIKA

Schemat ideowy opracowanego miernika, działającego wg zasady opisanej w p.1, przedstawiono na rys.2. Funkcję wyjściowego przetwornika ilorazowego PI spełnia tutaj przetwornik a/c o podwójnym całkowaniu ICL7107; do wejścia integracyjnego przetwornika a/c doprowadzone jest podzielone w dzielniku  $R_1, R_2$  napięcie pomiarowe  $U_p$ , natomiast do wejścia referencyjnego — doprowadzone jest podzielone lub wzmacnione napięcie  $U_0$ . Wówczas sygnał wyjściowy  $W$  z przetwornika a/c jest proporcjonalny do ilorazu napięć  $U_p$  i  $U_0$ , a więc także do ilorazu rezystancji  $R_X$  i  $R_N$ .



Rys.2. Schemat miernika rezystancji izolacji (wykonany wg koncepcji podanej na rys.1); US — układ sterujący, FDP — filtr dolnoprzepustowy

Fig.2. Circuit of the instrument for insulation resistance measurement (using the idea from Fig.1); US — control circuit, FDP — low-pass filter

Przetwornik a/c o podwójnym całkowaniu zastosowany jako przetwornik ilorazowy jest wrażliwy na zakłócenia sieciowe. W celu zmniejszenia wpływu tych zakłóceń — w torze referencyjnym przetwornika a/c zastosowano filtr dolnoprzepustowy (FDP) o tłumieniu zakłóceń o częstotliwości sieciowej na poziomie ok. 40 dB, co okazało się wystarczające. Zagadnienie to przedstawiono bliżej w pracy [5].

Napięcie pomiarowe  $U_p = 1000$  V wytwarzane jest w przetwornicy wysokiego napięcia, zasilanej z jednofazowej sieci energetycznej lub z baterii. Po włączeniu napięcia zasilającego przetwornicę napięcie pomiarowe  $U_p$  narasta od zera do 1000 V w czasie ok. 5 s. Układ sterujący US porównuje spadek napięcia  $U_2$  na rezystorze  $R_2$  z napięciem odniesienia. Jeżeli napięcie  $U_2$  przekracza wartość dopuszczalną to układ sterujący powoduje wyłączenie napięcia pomiarowego  $U_p$ , sygnalizuje stan awaryjny (zwarcie) oraz uniemożliwia przełączenie przełącznika P.

Po kilku lub kilkunastu sekundach od chwili załączenia napięcia pomiarowego (w zależności od pojemności badanej izolacji) układ sterujący spowoduje przełączenie przełącznika P na wejście przetwornika prąd-napięcie, zbudowanego na wzmacniaczu operacyjnym  $W_1$  i rezystorze wzorcowym  $R_N$ . Wówczas do przetwornika prąd-napięcie doprowadzony jest prąd  $I_p$  płynący przez rezystancję mierzoną  $R_X$ . Napięcie wyjściowe  $U_0$  przetwornika prąd-napięcie, w zależności od wybranego zakresu pomiarowego — jest dzielone lub wzmacniane odpowiednio w dzielniku  $R_3, R_4$  lub wzmacniaczu pomiarowym  $W_2$ . W ten sposób do zmiany zakresu pomiarowego miernika (w 4 podzakresach, od  $10^8 \Omega$  do  $2 \cdot 10^{12} \Omega$ ) wystarczy zastosowanie tylko jednego, wysokorezystancyjnego wzorca  $R_N$  o wartości rezystancji  $1 \text{ M}\Omega$ . Zwróćmy uwagę, że w przypadku rezygnacji z proponowanego przetwornika prąd-napięcie konieczne byłoby zastosowanie większej liczby wzorców wysokorezystancyjnych i to o znacznie większych rezystancjach niż  $1 \text{ M}\Omega$ , przy czym należy zaznaczyć, że wykonanie wzorców o tak dużych rezystancjach jest bardzo kłopotliwe i kosztowne.

Obecnie produkowane wzmacniacze operacyjne umożliwiają budowę omawianego przetwornika prąd-napięcie do przetwarzania prądów rzędu nanoamperów i mniejszych [6]. Przeprowadzone badania przetwornika ze wzmacniaczem operacyjnym OP16E wykazały, że dla prądów od  $0,5 \text{ nA}$  do  $10 \mu\text{A}$  — błąd przetwarzania jest mniejszy od  $0,5\%$ .

Wskazanie  $W$  wskaźnika cyfrowego określa zależność:

$$W = \frac{c k R_X}{K_1 k_2 k_3 R_N}, \quad (3)$$

gdzie:  $c$  — stała przetwarzania przetwornika  $a/c$ ,

$$k = \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad k_1 = \frac{R_4}{R_3 + R_4}, \quad k_2 = 1 + \frac{50}{R_5}, \quad k_3 = 1 + \frac{50}{R_6},$$

przy czym  $R_5$  i  $R_6$  należy przedstawić w  $\text{k}\Omega$ .

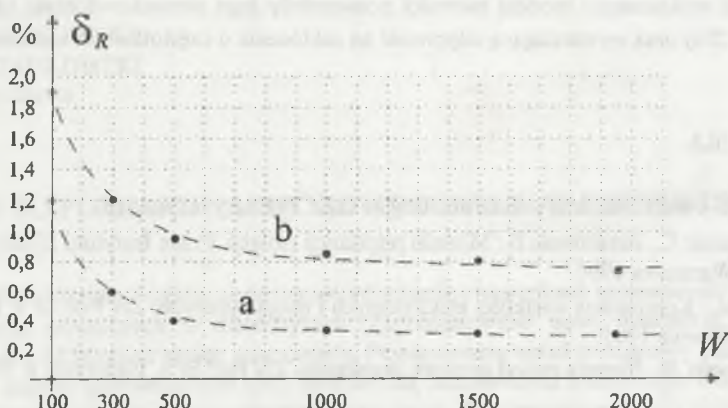
W tabelicy 1 przedstawiono wartości liczbowe stałych  $k_1, k_2$  i  $k_3$  w zależności od zakresu pomiarowego.

Tabela 1

Zależność stałych przetwarzania miernika od zakresu pomiarowego

$R_X [\Omega]$	$10^8 \div 2 \cdot 10^9$	$10^9 \div 2 \cdot 10^{10}$	$10^{10} \div 2 \cdot 10^{11}$	$10^{11} \div 2 \cdot 10^{12}$
$k_1$	0,1	1	1	1
$k_2$	1	1	10	1
$k_3$	1	1	1	100

Na rys.3 przedstawiono zależność niepewności pomiaru  $\delta_R$  od wartości mierzonej rezystancji izolacji  $W$  dla dwóch skrajnych zakresów pomiarowych.



Rys.3. Zależność niepewności pomiaru od wartości mierzonej rezystancji izolacji dla zakresów: a)  $(10^8 \div 2 \cdot 10^9) \Omega$ , b)  $(10^{11} \div 2 \cdot 10^{12}) \Omega$

Fig.3. Dependence of the measurement uncertainty on the values of insulation resistance for the measuring ranges: a)  $(10^8 \div 2 \cdot 10^9) \Omega$ , b)  $(10^{11} \div 2 \cdot 10^{12}) \Omega$

Dla pozostałych zakresów pomiarowych niepewność pomiaru rezystancji izolacji mieści się między krzywymi a i b (rys.3). Z pomiarów wynika, że niepewność pomiaru rezystancji izolacji opracowanym miernikiem nie przekracza  $\pm 2\%$  i jest mniejsza od niepewności pomiaru wymaganej przez odpowiednią normę PN-88/E-04405. Ewentualne zmniejszenie niepewności pomiarów jest możliwe, przede wszystkim poprzez zastosowanie dokładniejszych elementów i wyższej jakości materiałów izolacyjnych.

### 3. WNIOSKI

Zastosowanie w opracowanym mierniku metody komparacyjnej z przetwornikiem ilorazowym (a/c) na wyjściu praktycznie wyeliminowało wpływ niestabilności napięcia zasilania na wynik pomiaru oraz umożliwiło uzyskanie bezpośredniego odczytu wyniku pomiarowego w postaci cyfrowej, przy zachowaniu liniowej charakterystyki przetwarzania.

Z kolei zastosowanie przetwornika prąd-napięcie w obwodzie przełączania zakresów pomiarowych umożliwiło budowę miernika wielozakresowego tylko z jednym, wysokorezy-

stancyjnym wzorcem  $R_N$ . Pozostałe rezystory obwodu przełączania zakresów są rezystorami o stosunkowo małych wartościach rezystancji, a więc jako wzorce są znacznie łatwiejsze do wykonania i wielokrotnie tańsze niż wzorce wysokorezystancyjne.

Badania wykonanego modelu miernika potwierdziły jego stosunkowo małą niepewność pomiaru ( $\pm 2\%$ ) oraz wystarczającą odporność na zakłócenia o częstotliwości sieciowej.

## LITERATURA

1. PN-88/E-04405. Materiały elektroizolacyjne stałe. Pomiary rezystancji.
2. Szczepaniak C., Baranowski B.: Mierniki rezystancji izolacji. Prace Instytutu Elektrotechniki, z. 190, Warszawa 1996.
3. Miłek M.: Komparacja wielkości elektrycznych i magnetycznych. ZN Pol. Śl. s. Elektryka, z. 77, Gliwice 1981.
4. Szadkowski B.: Synteza metod pomiaru imitancji. ZN Pol. Śl. s. Elektryka, z. 93, Gliwice 1984.
5. Pasecki E., Szadkowski B.: Przyrząd do pomiaru rezystancji izolacji dielektryków ciekłych. ZN Pol. Śl. s. Elektryka, z. 128, Gliwice 1992.
6. Kulka Z., Libura A., Nadachowski M.: Przetworniki analogowo-cyfrowe i cyfrowo-analogowe. WKiŁ, Warszawa 1987.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Zygmunt Kuśmierek

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 kwietnia 1998 r.

## Abstract

The principle of operation and construction of a measuring instrument, in which the modified comparative method of resistance measurement has been used, is described in the paper. A dividing circuit is at the output of the instrument (Fig. 1). The output signal  $W$  of the dividing circuit  $PI$  is linearly dependent on the measured resistance  $R_X$ . It does not depend on changes of the supply voltage  $U_p$ . The instrument circuit is presented in Fig. 2. The A/D converter with double integration of type ICL 7107 is used as a dividing circuit in this instrument. It is possible to measure resistances from  $10^8 \Omega$  to  $2 \cdot 10^{12} \Omega$  when using one high-resistance standard  $R_N$  of  $1 M\Omega$ . The measuring range can be changed by dividing or amplifying the output voltage  $U_0$  of the current-voltage converter  $W_1$ . The measuring voltage  $U_p = 1000 V$  is generated by a high voltage converter. The uncertainty of insulation resistance measurements by means of the presented instrument is less than  $\pm 2\%$  (Fig. 3). The instrument is resistant to line interference.



Janusz TOKARSKI  
Teresa SZADKOWSKA  
Brunon SZADKOWSKI  
Politechnika Śląska

## UKŁAD DO POMIARU NAPIĘĆ POWROTNYCH W DIELEKTRYKACH

**Streszczenie.** Podano podstawowe informacje o warunkach powstawania i mierzenia napięć powrotnych w dielektrykach. Zaproponowano nową koncepcję wykonania układu do pomiaru napięć powrotnych. Przedstawiony układ pomiarowy charakteryzuje się małymi upływnościami oraz możliwością zastosowania końcowego bloku pomiaru napięcia o relatywnie małej rezystancji wejściowej. Przedstawiono wyniki badań doświadczalnego modelu fizycznego opracowanego układu pomiarowego.

## A CIRCUIT FOR MEASUREMENTS OF RECOVERY VOLTAGES IN DIELECTRICS

**Summary.** Basic information on condition of arising and measuring recovery voltages in dielectrics has been given in the paper. A new idea of the circuit for recovery voltages has been suggested. The presented measuring circuit has low leakage conductances and it makes possible to use the final voltage measurement unit with relatively small input resistance. Results of experimental investigations of the physical model of the measuring circuit have been presented as well.

### 1. WPROWADZENIE

Pomiary napięć powrotnych są stosowane w diagnostyce izolacji elektrycznej, zwłaszcza izolacji transformatorów elektroenergetycznych. Pomiary te zostały wprowadzone do szerszej praktyki diagnostycznej stosunkowo niedawno, w zasadzie od chwili pojawienia się w ofertach handlowych odpowiednich przyrządów pomiarowych — np. firmy Tettex [1] (w latach 1994/95). Wprawdzie zjawisko występowania napięć powrotnych w układach izolacyjnych jest znane od dawna [2], [3], niemniej praktyczne wykorzystanie tego zjawiska (do celów diagnostycznych) nastąpiło znacznie później, gdyż uwarunkowane było między innymi trudnościami w technicznej realizacji odpowiednich przyrządów pomiarowych.

Pierwsze, znane w literaturze opracowania przyrządów do pomiaru napięć powrotnych pojawiły się w latach sześćdziesiątych [4] i były to wyłącznie opracowania jednostkowe, podobnie zresztą jak opracowania późniejsze [5], [6],[ 8].

Można ogólnie stwierdzić, że znane rozwiązania przyrządów do pomiaru napięć powrotnych charakteryzują się pewnymi niedoskonałościami, a także nadmiernie wysokimi cenami. Wydaje się więc celowe podejmowanie prac nad skonstruowaniem przyrządów o korzystniejszych właściwościach — tym bardziej że pełne wdrożenie pomiarów napięć powrotnych do diagnostyki układów izolacyjnych wymaga jeszcze przeprowadzenia wielu badań w celu określenia najbardziej właściwych warunków testowania izolacji i ustalenia odpowiednich „wskaźników oceny”. Dotychczas korzystano z różnych wskaźników oceny [4], [5], [6], [7], [8], przy czym które z nich są najkorzystniejsze z punktu widzenia diagnostyki, będzie można określić po dłuższym czasie wykonywania badań.

Zwróćmy jeszcze uwagę, że pomiary napięć powrotnych mogą się stać bardzo obiecującym narzędziem diagnostycznym, jednak nie oznacza to, że w celu postawienia diagnozy o stanie izolacji wystarczające będzie wyłącznie wykonanie pomiarów napięcia powrotnego. Diagnoza stanu izolacji wymaga zawsze kompleksowego badania różnych wielkości charakteryzujących izolację (np. pomiary współczynnika strat dielektrycznych, pojemności, rezystancji itp., jak również pomiary różnych właściwości fizykochemicznych) i tutaj pomiary napięć powrotnych mogą stanowić istotne uzupełnienie stosowanych badań.

## 2. WARUNKI POWSTAWANIA I MIERZENIA NAPIĘĆ POWROTNYCH W DIELEKTRYKACH

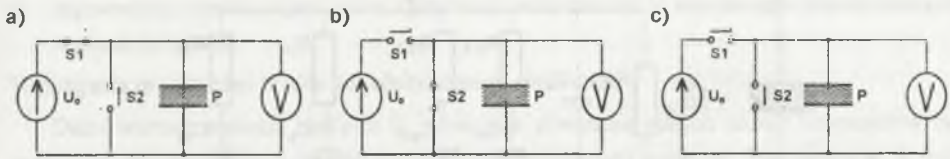
Na rys.1 przedstawiono ogólny schemat ideowy układu do pomiaru napięć powrotnych (mierzonych woltomierzem V) występujących w próbce dielektryka P; pomiar składa się z trzech faz:

- fazy ładowania badanej próbki napięciem stałym  $U_0$  w czasie  $t_1$  (rys. 1a),
- fazy rozładowywania próbki w czasie  $t_2$  (rys. 1b),
- fazy pomiaru (rejestracji) napięcia powrotnego w czasie  $t_p$  — trwającym na ogół na tyle długo, aby możliwe było zaobserwowanie maksimum tego napięcia (rys. 1c).

Przebieg poszczególnych faz pomiarowych oraz typową charakterystykę napięcia powrotnego  $U_p$  przedstawiono na rys.2.

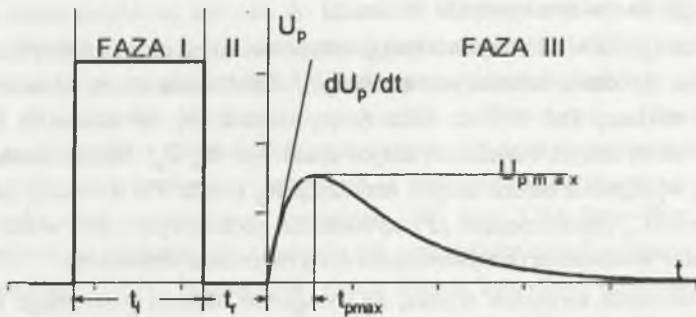
Podczas badań diagnostycznych opisany cykl pomiarowy powtarzany jest na ogół wielokrotnie, dla różnych wartości napięć zasilania  $U_0$ , czasów ładowania  $t_1$  i rozładowania  $t_2$ .

Najczęściej rejestrowanymi parametrami napięcia powrotnego są: maksymalna wartość napięcia  $U_{p \max}$ , początkowa szybkość narastania napięcia  $dU_p/dt$  oraz czas  $t_{p \max}$  osiągnięcia maksymalnej wartości napięcia.



Rys.1. Schemat ideowy układu pomiarowego do pomiaru napięcia powrotnego (mierzonego woltmierzem V) na próbce dielektryka P; pomiar wymaga dokonywania przełączeń kluczy S1 i S2 w następującej kolejności: a) faza I — ładowanie próbki napięciem stałym  $U_0$  w czasie  $t_l$  (S1 - zamknięty, S2 - otwarty), b) faza II — rozładowanie próbki w czasie  $t_r$  (S1 - otwarty, S2 - zamknięty), c) faza III — pomiar napięcia powrotnego w czasie  $t_p$  (S1 - otwarty, S2 - otwarty)

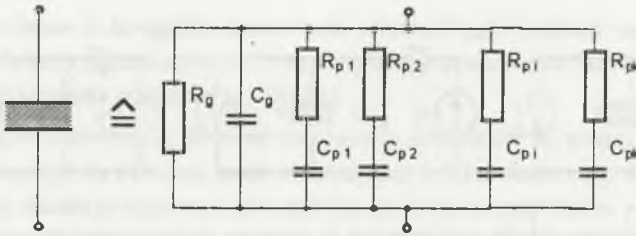
Fig.1. Schematic diagram of the measuring circuit for measurement of recovery voltages (measured by the voltmeter V) of the dielectric P sample; measurement requires switching the switches S1 and S2 in the following order: a) stage I — loading the sample by the constant voltage  $U_0$  during the time  $t_l$  (S1 - closed, S2 - open), b) stage II — unloading the sample during the time  $t_r$  (S1 - open, S2 - closed), c) stage III — measurement of the recovery voltage during the time  $t_p$  (S1 - open, S2 - open)



Rys.2. Charakterystyka napięcia powrotnego  $U_p$  (z zaznaczonymi, kolejnymi fazami pomiarowymi I, II, III)

Fig.2. Characteristic of the recovery voltage  $U_p$  (the successive stages I, II, III shown)

Przyczyną powstawania opisanego napięcia powrotnego są, w najbardziej ogólnym ujęciu, zjawiska polaryzacji elektrycznej występujące w dielektrykach. Zjawiska te są reprezentowane w schemacie zastępczym dielektryka szeregowymi gałęziami  $R_{pi}$  i  $C_{pi}$ , przyłączonymi równolegle do głównych rezystancji  $R_g$  i pojemności  $C_g$  dielektryka; odpowiedni schemat zastępczy przedstawiono na rys.3.



Rys.3. Schemat zastępczy dielektryka z uwzględnieniem zjawisk polaryzacji ( $R_{pi}$ ,  $C_{pi}$ )  
 Fig.3. Equivalent circuit of dielectric taking into account polarization phenomena ( $R_{pi}$ ,  $C_{pi}$ )

Po uwzględnieniu podanego schematu zastępczego dielektryka w układzie pomiarowym, przedstawionym na rys.1 (w miejsce próbki P), i po przeprowadzeniu odpowiedniej analizy matematycznej otrzymuje się charakterystykę napięcia powrotnego analogiczną do podanej na rys.2 [3], [6]. W praktyce najczęściej można przyjąć, zależnie od rodzaju dielektryka i warunków pomiaru, że jedna z gałęzi [ $R_{pi}$ ,  $C_{pi}$ ] wykazuje wyraźną dominację nad pozostałymi i wówczas schemat zastępczy dielektryka upraszcza się do schematu trójgałęzowego ( $R_g$ ,  $C_g$ , [ $R_p$ ,  $C_p$ ]), co znacznie upraszcza analizę.

Zwróćmy uwagę, że w dielektrykach mogą występować różne rodzaje polaryzacji (elektrowna, atomowa, dipolowa, ładunku przestrzennego), charakteryzujące się silnie zróżnicowanymi czasami relaksacji (od  $10^{-14}$  do kilku tysięcy sekund) [3]. W schemacie zastępczym odpowiada to takim samym wartościom stałych czasowych  $R_{pi}$ ,  $C_{pi}$ . Należy zatem liczyć się z możliwością wystąpienia bardzo dużych rezystancji  $R_{pi}$  (rzędu TW i więcej), jak również dużych pojemności  $C_{pi}$  (rzędu dziesiątek  $\mu\text{F}$ ), co w układzie pomiarowym z rys.1 w istotny sposób utrudnia dobranie woltomierza (o wystarczająco dużej rezystancji wejściowej).

Z przedstawionych wywodów wynika, że wystąpienie napięcia powrotnego uwarunkowane jest odpowiednią procedurą pomiarową oraz stanem badanego dielektryka. Stan dielektryka decyduje o intensywności występowania różnych rodzajów polaryzacji (i tym samym o wartościach poszczególnych parametrów schematu zastępczego), a więc może zaistnieć przypadek, w którym przy właściwej procedurze pomiarowej na badanym dielektryku nie wystąpi napięcie powrotne.

Prawidłowy pomiar napięcia powrotnego, oprócz zapewnienia odpowiedniej procedury pomiarowej, wymaga jeszcze spełnienia innych warunków, a mianowicie:

- dostosowania układu pomiarowego do pracy przy wysokich napięciach zasilania  $U_0$  (od kilkuset V do kilku kV), gdyż jest to wymagane w badaniach większości dielektryków (zwłaszcza w badaniach izolacji transformatorów elektroenergetycznych),
- zapewnienia, aby w układzie pomiarowym nie występowały prądy upływu, tzn. pomiar powinien być realizowany w układzie izolowanym,

- zapewnienia wystarczająco dużej rezystancji woltomierza  $V$  mierzącego (rejestrującego) napięcie powrotne.

Wymagania te są bardzo trudne do jednoczesnego spełnienia.

Duża wartość napięcia zasilania  $U_0$  powoduje powstanie dużych różnic potencjałów na zaciskach przełączników i na zaciskach układu mierzącego napięcie. Zastosowanie w roli przełączników elektronicznych — kluczy analogowych nie jest wskazane ze względu na niewielki zakres przełączanych przez nie napięć (maksymalnie do około 100 V). Natomiast zastosowanie jako przełączników — tranzystorów polowych byłoby satysfakcjonujące pod względem przełączanych napięć (do 1 kV), jednak nie gwarantowałyby wystarczająco małych upływności (prąd upływności tranzystora zasilanego pełnym napięciem może osiągać wartość kilkudziesięciu  $\mu\text{A}$ ). Wydaje się, że najbardziej odpowiednie byłyby wysokonapięciowe kontaktrony, gdyż posiadają one odpowiednio duży zakres przełączanych napięć (do kilkunastu kV) oraz stosunkowo dużą rezystancję pomiędzy stykami (rzędu 1 T $\Omega$ ). Jednak przy różnicy napięć pomiędzy stykami rzędu 1 kV prąd upływu będzie miał wartość rzędu 1 nA, co w niektórych przypadkach może się okazać wartością niedopuszczalnie dużą.

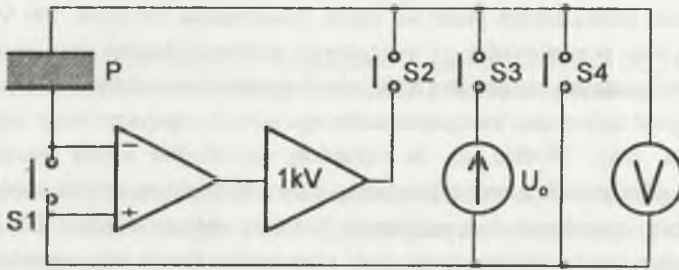
Podobnie trudnym do rozwiązania problemem jest zapewnienie wystarczająco dużej rezystancji woltomierza  $V$  mierzącego (rejestrującego) napięcie powrotne, które w opisanych warunkach może przybierać wartości do kilkuset V. Zastosowanie wysokoomowego, rezystancyjnego dzielnika napięcia (np. o rezystancji wejściowej rzędu 100 M $\Omega$ ) może się okazać niewystarczające (przy napięciach rzędu 1 kV prąd wejściowy dzielnika będzie przybierał wartości rzędu  $10^{-5}$  A). Separacja rezystancyjnego dzielnika pomiarowego za pomocą wtórnika napięciowego, oczywista w układach niskonapięciowych, jest praktycznie niemożliwa ze względu na zbyt mały zakres napięciowy dostępnych na rynku wzmacniaczy operacyjnych oraz ich bardzo wysoką cenę (wzmacniacze operacyjne 3583 oraz 3584 firmy Burr Brown mają prądy wejściowe na poziomie kilkudziesięciu pA oraz zakresy napięć wejściowych i wyjściowych na poziomie 300 V [9], za cenę około tysiąca złotych; hybrydowy wzmacniacz operacyjny PA89 firmy APEX oferuje prądy wejściowe na poziomie kilku pA oraz zakresy napięć wejściowych i wyjściowych na poziomie 1000 V [10], lecz w Polsce jest jeszcze niedostępny).

Ostatecznie, w dalszej części artykułu zostanie przedstawione rozwiązanie układu pomiarowego, w którym opisane wyżej problemy będą w znacznym stopniu wyeliminowane.

### 3. PROPONOWANY UKŁAD POMIAROWY

Na rys.4 przedstawiono schemat ideowy proponowanego układu do pomiaru napięć powrotnych. W porównaniu z klasycznym układem pomiarowym, podanym na rys.1, w układzie z rys.4 przerwano obwód łączący niskonapięciową elektrodę badanej próbki z niskonapięciowym zaciskiem generatora  $U_0$  (tzn. z masą) i w to miejsce włączono wzmacniacz

operacyjny, sterujący (poprzez obwód ujemnego sprzężenia zwrotnego) potencjałem wysokonapięciowej elektrody badanej próbki w taki sposób, aby potencjał elektrody niskonapięciowej był praktycznie równy potencjałowi masy. W ten sposób następuje skompensowanie (a więc praktycznie całkowita eliminacja) prądów upływu wysokonapięciowej elektrody badanej próbki (m. in. prądów upływu woltomierza V oraz przełączników S3, S4 — w stanie otwartym).



Rys.4. Schemat ideowy proponowanego układu do pomiaru napięć powrotnych w dielektrykach (faza I: S1, S3 - zwarte, S2, S4 - otwarte; faza II: S1, S4 - zwarte, S2, S3 - otwarte; faza III: S2 - zwarty, S1, S3, S4 - otwarte)

Fig.4. Schematic diagram of the suggested circuit for measurement of recovery voltages in dielectrics (stage I: S1, S3- closed, S2, S4 - open; stage II: S1, S4 - closed, S2, S3 - open, stage III: S2 - closed, S1, S3, S4 - open)

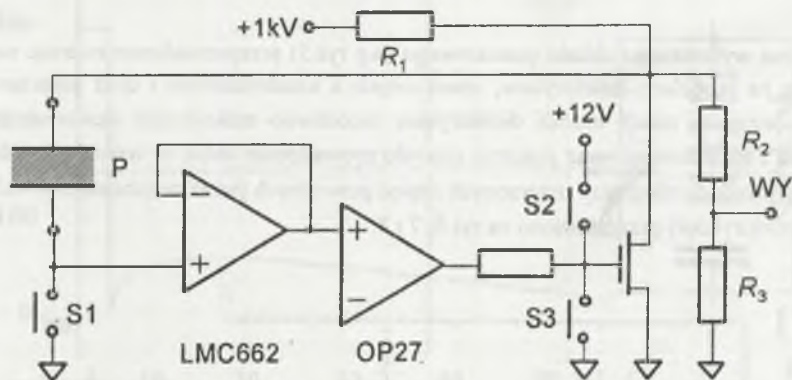
Zauważmy ponadto, że zastosowany wzmacniacz operacyjny może być wzmacniaczem niskonapięciowym, a więc odznaczającym się (w nowoczesnych rozwiązaniach) bardzo małym prądem polaryzacji, na przykład dla wzmacniacza INA116 firmy Burr Brown lub LMC662 firmy National Semiconductor — są to prądy rzędu pojedynczych femtoamperów [11].

Prąd płynący przez elektrodę niskonapięciową badanej próbki jest sumą prądu płynącego przez badaną próbkę oraz prądu polaryzacji wzmacniacza i prądu upływu izolacji elektrody niskonapięciowej. Oczywiście, prądy polaryzacji i upływu są prądami zakłócającymi. Przy prądzie polaryzacji wzmacniacza rzędu femtoamperów zasadnicze znaczenie ma tutaj prąd upływu, który może wielokrotnie przewyższać wartość prądu polaryzacji. Z tego względu staranna izolacja i ekranowanie niskonapięciowego węzła mają pierwszorzędne znaczenie dla poprawności działania układu. Ostatecznie, możliwe jest praktyczne wyeliminowanie wpływu prądów zakłócających w niskonapięciowej elektrodzie badanej próbki.

W układzie z rys.4, w porównaniu z klasycznym układem z rys.1 — zastosowano więcej (i inaczej usytuowanych) przełączników S1 ÷ S4, jednak poszczególne fazy pomiarowe muszą być takie same. Odpowiedni algorytm przełączania przełączników podany jest na rys.4.

Zwróćmy uwagę, że dopiero w fazie III (pomiaru napięcia powrotnego) następuje włączenie badanego dielektryka w obwód ujemnego sprzężenia zwrotnego wzmacniacza operacyjnego, poprzez rozwarcie przełącznika S1 i zwarcie przełącznika S2. Wówczas następuje skompensowanie prądów upływu przełączników S3 i S4 oraz woltomierza V.

Na podstawie opisanej koncepcji układu pomiarowego (wg rys.4.) wykonano odpowiedni model fizyczny układu, który następnie poddano weryfikacji doświadczalnej. Uproszczony schemat wykonanego modelu przedstawiono na rys.5.



Rys.5. Uproszczony schemat ideowy wykonanego modelu układu pomiarowego według koncepcji z rys.4 (faza I: S1, S3 - zwarte, S2 - otwarty, faza II: S1, S2, S3 - zwarte, faza III: S1, S2, S3 - otwarte)

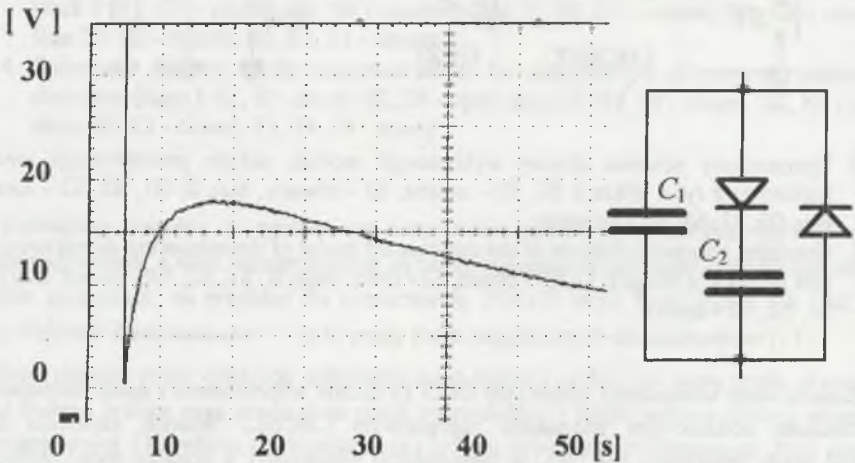
Fig.5. Simplified schematic diagram of the constructed model of the measuring circuit using the idea from Fig.4 (stage I: S1, S3 - closed, S2 - open, stage II: S1, S2, S3 - closed, stage III: S1, S2, S3 - open)

Zastosowany wzmacniacz operacyjny OP27 (o dużym wzmocnieniu i dużej dokładności) poprzedzono dodatkowym wtórnikiem napięciowym LMC662. Wtórnik zapewnia niską wartość prądu polaryzacji (ok. 2fA, w temperaturze pokojowej), a ponadto może służyć do polaryzacji ekranu otaczającego węzeł niskonapięciowy (przy elektrodzie niskonapięciowej badanej próbki), gdyż potencjał wyjścia wtórnika jest praktycznie równy potencjałowi niskonapięciowego węzła. Jako przełącznik S1 zastosowano przekaźnik kontaktronowy. Obydwa styki kontaktronu są zawsze na potencjale zerowym, niezależnie od tego czy są zwarte czy otwarte, dlatego nawet niezbyt duże wartości rezystancji izolacji pomiędzy stykami gwarantują znikomo mały prąd upływu. Wysokonapięciowe wyjście wzmacniacza zrealizowano w postaci pojedynczego, wysokonapięciowego tranzystora polowego mocy. Ten sam tranzystor wykorzystano do wymuszenia napięcia  $U_0$  ładującego badaną próbkę dielektryka w pierwszej fazie pomiaru. Odbywa się to przez zwarcie elektronicznego klucza S3, co powoduje

kolejno: przerwanie pętli sprzężenia zwrotnego, całkowite wyłączenie tranzystora i naładowanie badanej próbki poprzez rezystor  $R_1$  ( $R_1 \ll R_2 + R_3$ ). Faza rozładowania inicjowana jest przez zwarcie elektronicznego klucza S2, co podtrzymuje przerwanie pętli sprzężenia zwrotnego, powoduje pełne wystereowanie tranzystora i rozładowanie pojemności badanego obiektu przez rezystancję dren-źródło tranzystora.

#### 4. WYNIKI BADAŃ, WNIOSKI

Badania wykonanego układu pomiarowego (wg rys.5) przeprowadzono mierząc napięcia powrotne na modelach dielektryków, utworzonych z kondensatorów i diod półprzewodnikowych; przyjęcie takich modeli dielektryków umożliwiło maksymalne skrócenie czasów ładowania i rozładowania oraz znacznie ułatwiło prowadzenie badań w warunkach laboratoryjnych. Wybrane oscylogramy zmierzonych napięć powrotnych (wraz ze schematami badanych modeli dielektryków) przedstawiono na rys.6, 7 i 8.

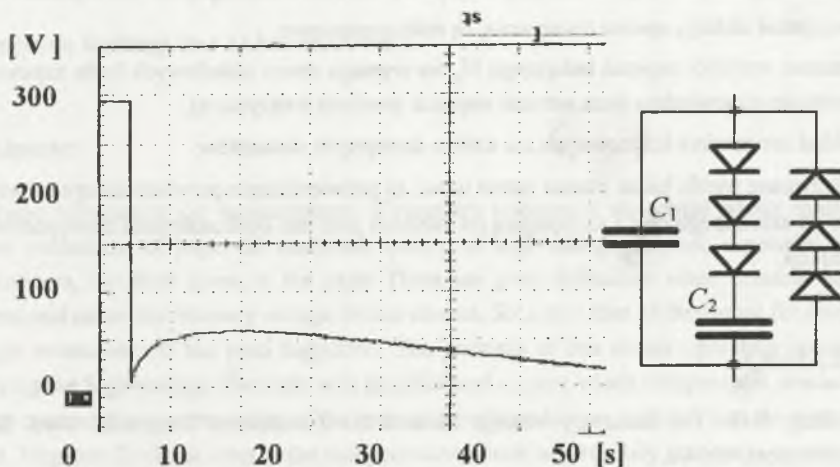


Rys.6. Oscylogram napięcia powrotnego przy  $U_0 = 100$  V,  $C_1 = 1$  nF,  $C_2 = 3,9$  nF  
 Fig.6. Oscillogram of the recovery voltage for  $U_0 = 100$  V,  $C_1 = 1$  nF,  $C_2 = 3,9$  nF

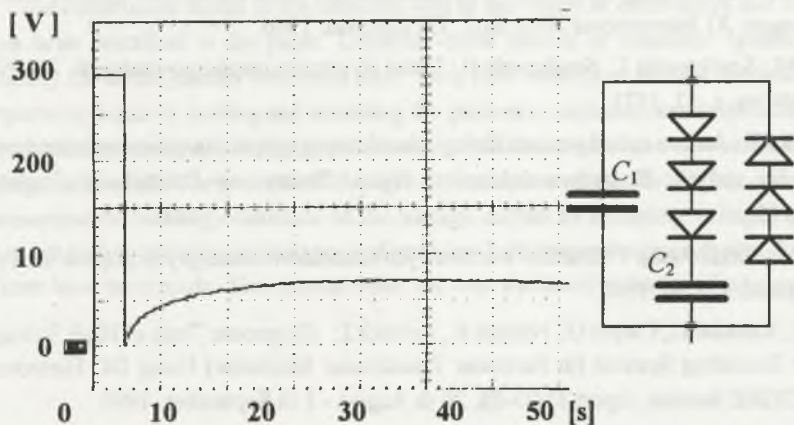
Przeprowadzone badania miały na celu wstępne zweryfikowanie zaproponowanej koncepcji pomiaru napięć powrotnych. W celu zorientowania się, jakiego rzędu są prądy upływu w zrealizowanym układzie pomiarowym (jest to podstawowe źródło błędów pomiarowych w tego typu układach) — zarejestrowano zmiany napięcia na kondensatorze o znanej



pojemności i bardzo małej upływności w przeciągu długiego czasu. Stąd obliczono, że całkowity prąd upływu jest rzędu dziesiątych części pA. Zwróćmy uwagę, że zmiany napięcia na kondensatorze wywołują nie tylko „zewnętrzne” prądy upływu, ale również zjawisko samorozładowania, a zatem przeprowadzone oszacowanie prądu upływu („zewnętrznego”) zostało z pewnością określone z nadmiarem.



Rys.7. Oscylogram napięcia powrotnego przy  $U_0 = 300$  V,  $C_1 = 0,5$  nF,  $C_2 = 0,33$  nF  
 Fig. 7. Oscillogram of the recovery voltage for  $U_0 = 300$  V,  $C_1 = 0,5$  nF,  $C_2 = 0,33$  nF



Rys.8. Oscylogram napięcia powrotnego przy  $U_0 = 300$  V,  $C_1 = 1$  nF,  $C_2 = 1$  nF  
 Fig. 8. Oscillogram of the recovery voltage for  $U_0 = 300$  V,  $C_1 = 1$  nF,  $C_2 = 1$  nF

W toku przeprowadzonych badań potwierdzone zostały również pewne, korzystne cechy zaproponowanej konstrukcji układu pomiarowego, a mianowicie:

- wejście wzmacniacza znajduje się stale na potencjale zerowym, co zapewnia łatwe izolowanie i ekranowanie niskonapięciowego węzła,
- na stykach kontaktronu, niezależnie od jego stanu, panuje zerowa różnica potencjałów, co gwarantuje minimalną wartość prądu upływu pomiędzy niskonapięciowym węzłem i masą,
- wszystkie układy, oprócz tranzystora, są niskonapięciowe,
- zmiana wartości napięcia ładującego  $U_0$  nie wymaga zmian układowych (o ile zapewniona zostanie odpowiednio duża wartość napięcia przebicia tranzystora),
- układ nie zawiera kosztownych ani trudno dostępnych elementów.

Otrzymane wyniki badań można zatem uznać za potwierdzające przydatność opracowanego układu do założonego celu i zachęcające do dalszych prac nad doskonaleniem zaproponowanej konstrukcji.

#### LITERATURA

1. Schlag A.G.: The Recovery Voltage Method for Transformer Diagnosis. Wyd. Tettex Instrument, 1994/5.
2. Gross B.: On Discharge Voltage and Return Voltage Curves for Absorptive Capacitors. Physical Review, Vol. 62, Nr 1, 15, 1942.
3. Vajda D.: Issledowanija powreždienij izolacji. Tłum. z węg., wyd. Energija, Moskwa 1968.
4. Nemeth E.: Zerst rungsfreie Pr fung von Isolationen mit der Methode der Entlade und R ckspannungen. XI International Wiss. Koll. TH Illmenau, 1966.
5. Pluciński M., Szadkowska T., Szadkowski B.: Układ do pomiaru napięć powrotnych. ZN Pol. Śl. s. Elektryka, z. 37, 1973.
6. Szadkowska T.: Analiza metod pomiaru funkcji charakteryzującej wolnozmiennie polaryzacje dielektryków stałych. Rozprawa doktorska, Wyd. Elektryczny Politechniki Śląskiej, Gliwice 1975.
7. Pluciński M., Szadkowska T.: Badanie warstwowych materiałów izolacyjnych prądem stałym. Przegląd Elektr., nr 10, 1967.
8. Bognar A., Kalocsai L., Csepes G., Nemeth E., Schmidt J.: Diagnostic Tests of High Voltage Oil-Paper Insulating Systems (in Particular Transformer Insulation) Using DC Dielectrometrics. CIGRE Session, report 15/33-08, 26 th August - 1 th September, 1990.
9. Burr-Brown Corporation: 3583/3584 High Voltage, High Current Operational Amplifier. Burr-Brown Integrated Circuits Data Book - Linear Products 1996/1997, str. 3.2.101-3.2.110, USA, 1996.

10. Apex Mikrotechnology Corporation: High Voltage Power Operational Amplifiers PA89. Data sheet: [http://www.TeamApex.com/apex\\_pdf/power\\_op\\_amps/pa89.pdf](http://www.TeamApex.com/apex_pdf/power_op_amps/pa89.pdf), USA, 1996.
11. National Semiconductor Corporation: LMC662 CMOS Dual Operational Amplifier. Operational Amplifiers Databook - 1993 Edition, str. 1.709 - 1.718, USA, 1992.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Zygmunt Kuśmierek

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 kwietnia 1998 r.

### Abstract

Basic information on measurements of recovery voltages in dielectrics which enable the precise evaluation of paper-oil insulation quality of high-voltage devices, especially power transformers, has been given in the paper. There are great difficulties when constructing the conventional circuit for recovery voltage measurements. So a new idea of the circuit for recovery voltage measurements has been suggested. The principle of this circuit operation consists in supplying the high-voltage electrode with an additional current which compensates precisely all leakage currents due to connection of the measuring voltage source, switches and the measuring circuit. Negative feedback loop in the compensation circuit ensures fully automatic operation of the circuit. The new construction is simple and it does not have any expensive (but the high-voltage final control transistor) and commercially unobtainable electronic elements. It provides simple and efficient insulating and shielding of the most hazarded circuit parts and easy programming of the measuring voltage value, as well.

The constructed model of the circuit as well as the results of observation and measurements have been described in the paper. Capacitor-diode models of insulation system worked out specially for investigations have been used. They have enabled to shorten the tests because the preparatory stages i.e. loading and unloading the geometric capacitance of insulation system have been limited to minimum. So the tests have comprised the stage of measurement of the recovery voltage above all. Correctness of the new construction of the circuit has been confirmed. Measurements enabling evaluation of the leakage current by recording voltage changes of the capacitor with the known capacitance and very low leakage conductance during the long period of time have been made. This current value has been evaluated as tenths of pA.

Adam CICHY  
Brunon SZADKOWSKI  
Politechnika Śląska

## O PEWNYCH BŁĘDACH W POMIARACH PRZESUNIĘCIA FAZOWEGO SYGNAŁÓW O INFRANISKICH CZĘSTOTLIWOŚCIACH

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono ocenę wpływu odkształceń sygnałów pomiarowych na błędy pomiaru przesunięcia fazowego w szybkich układach pomiarowych pracujących w paśmie częstotliwości infraniskich ( $10^{-3}$ ... 10) Hz. Przedstawiono wyniki analizy otrzymane na drodze teoretycznej oraz wyniki badań symulacyjnych.

### ON CERTAIN ERRORS IN PHASE-SHIFT MEASUREMENTS IN INFRA-LOW FREQUENCY RANGE

**Summary.** An estimate of signal deformation influence on phase-shift measurement errors in fast measuring circuits in infra-low frequency range has been presented in this paper. Results of theoretical analysis and simulations have been given, too.

#### 1. WPROWADZENIE

W pomiarach przesunięcia fazowego w paśmie częstotliwości infraniskich ( $10^{-3}$ ... 10) Hz pojawiają się problemy niespotykane przy innych częstotliwościach. Szczególny problem stanowi czas pomiaru przesunięcia fazowego, który w znanych układach pomiarowych jest na ogół krotnością okresu badanych przebiegów [1], [2], [3]. Okres przebiegów ze wspomnianego pasma częstotliwości zawiera się w granicach (0,1...1000) s, zatem pojedynczy pomiar może trwać nawet wiele minut. W układach pomiarowych pracujących w paśmie częstotliwości infraniskich, wymagających wielokrotnej kontroli przesunięcia fazowego (np. w komparatorach imitacji i układach quasi-zrównoważonych), czas pomiaru może sięgać wielu godzin.

Skrócenie czasu pomiaru do wartości znacznie mniejszej od okresu badanych przebiegów umożliwiają układy pomiarowe przedstawione w pracach [4], [5], [6]. Równania przetwarzania tych układów wyprowadzane zostały przy następujących założeniach:

- sygnały pomiarowe są idealnymi sygnałami sinusoidalnymi,
- przesunięcie fazowe nie zmienia się w trakcie pomiaru,
- znana jest częstotliwość sygnałów pomiarowych.

Spełnienie dwóch ostatnich założeń jest stosunkowo łatwe. Z badań przedstawionych w pracach [7] i [8] wynika, że wartości współczynników zawartości harmoniczných nawet w generatorach laboratoryjnych mogą sięgać 1%. W takim przypadku pierwsze założenie nie będzie spełnione idealnie.

W dalszym ciągu przedstawiona zostanie analiza błędów tzw. szybkich układów do pomiaru przesunięcia fazowego pracujących w paśmie częstotliwości ( $10^{-3}$ ... 10) Hz, spowodowanych obecnością wyższych harmoniczných oraz składowej stałej w sygnałach pomiarowych.

## 2. UKŁADY DO SZYBKIEGO POMIARU PRZESUNIĘCIA FAZOWEGO

Poniżej przedstawione zostaną układy do szybkiego pomiaru przesunięcia fazowego, których równania przetwarzania wyprowadzono, przy założeniu że sygnały pomiarowe  $A(t)$  i  $B(t)$  są opisane równaniami:

$$\begin{aligned} A(t) &= A_m \sin(\omega t), \\ B(t) &= B_m \sin(\omega t + \varphi), \end{aligned} \quad (1)$$

- gdzie:  $A_m$  — amplituda sygnału  $A(t)$ ,  
 $B_m$  — amplituda sygnału  $B(t)$ ,  
 $\varphi$  — przesunięcie fazowe pomiędzy sygnałami  $A(t)$  i  $B(t)$ ,  
 $\omega$  — znana pulsacja sygnałów  $A(t)$  i  $B(t)$ .

Na rys.1 przedstawiono analogowy układ pomiarowy, którego równanie przetwarzania opisuje zależność [4]:

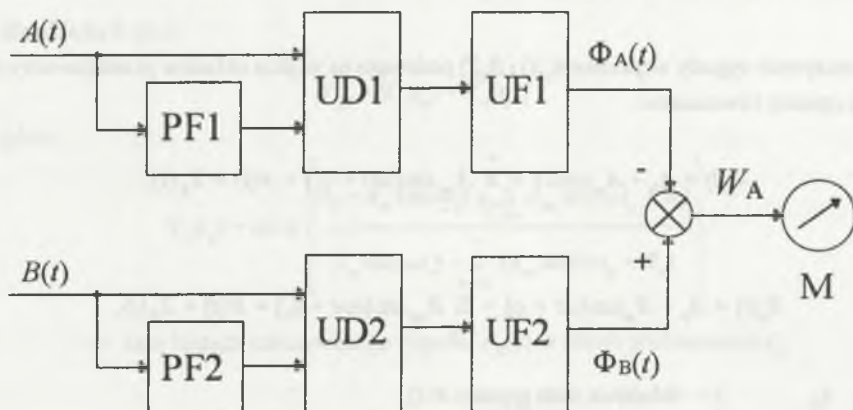
$$W_A = \arctg \left( \frac{B_m \sin(\omega t + \varphi)}{B_m \cos(\omega t + \varphi)} \right) - \arctg \left( \frac{A_m \sin \omega t}{A_m \cos \omega t} \right) = \Phi_B(t) - \Phi_A(t) = \varphi, \quad (2)$$

- gdzie:  $W_A$  — sygnał wyjściowy układu,  
 $\Phi_A(t) = \omega t$  — faza bieżąca sygnału  $A(t)$ ,  
 $\Phi_B(t) = \omega t + \varphi$  — faza bieżąca sygnału  $B(t)$ .

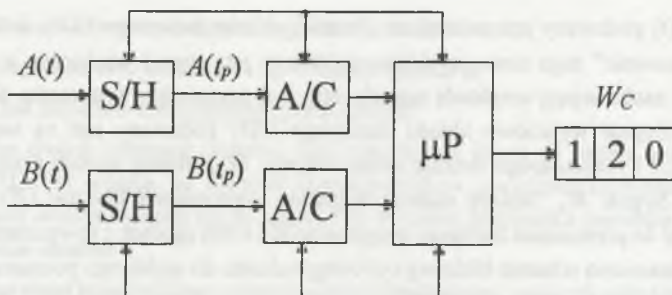
Sygnal  $A(t)$  podawany jest na wejście „licznik” układu dzielącego UD1. Jednocześnie na wejście „mianownik” tego samego układu podawany jest sygnał wyjściowy z przesuwnika fazowego PF1 zachowujący amplitudę sygnału  $A(t)$ , lecz przesunięty w stosunku do niego o kąt fazowy  $\pi/2$ . Sygnał wyjściowy układu dzielącego UD1 podawany jest na wejście układu funkcyjnego UF1 realizującego funkcję *arcus tangens*. W podobny sposób przetwarzany jest sygnał  $B(t)$ . Sygnał  $W_A$ , będący różnicą sygnałów wyjściowych bloków UF1 i UF2, jest proporcjonalny do przesunięcia fazowego  $\varphi$  sygnałów  $A(t)$  i  $B(t)$  zgodnie z równaniem (2). Z kolei na rys.2 przedstawiono schemat blokowy cyfrowego układu do szybkiego pomiaru przesunięcia fazowego o równaniu przetwarzania [4]:

$$W_C = \arctg \left( \frac{\omega B(t_p)}{B'(t_p)} \right) - \arctg \left( \frac{\omega A(t_p)}{A'(t_p)} \right) = \Phi_B(t_p) - \Phi_A(t_p) = \varphi, \quad (3)$$

- gdzie:  $W_C$  — sygnał wyjściowy układu,  
 $A(t_p)$  — wartość chwilowa sygnału  $A(t)$  w chwili próbkowania  $t_p$ ,  
 $B(t_p)$  — wartość chwilowa sygnału  $B(t)$  w chwili próbkowania  $t_p$ ,  
 $A'(t_p)$  — pochodna sygnału  $A(t)$  w chwili próbkowania  $t_p$ ,  
 $B'(t_p)$  — pochodna sygnału  $B(t)$  w chwili próbkowania  $t_p$ ,  
 $\Phi_A(t_p) = \omega t_p$  — faza bieżąca sygnału  $A(t)$  w chwili próbkowania  $t_p$ ,  
 $\Phi_B(t_p) = \omega t_p + \varphi$  — faza bieżąca sygnału  $B(t)$  w chwili próbkowania  $t_p$ .



Rys.1. Schemat blokowy analogowego układu do szybkiego pomiaru przesunięcia fazowego  
 Fig.1. Block diagram of the analog circuit for fast measurements of the phase-shift



Rys.2. Schemat blokowy cyfrowego układu do szybkiego pomiaru przesunięcia fazowego  
Fig.2. Block diagram of the digital circuit for fast measurements of the phase-shift

Sygnaly  $A(t)$  i  $B(t)$  są równocześnie próbkowane w układach S/H w chwili  $t_p$ , a następnie przetwarzane w układach przetworników A/C na postać cyfrową. Układ mikroprocesorowy  $\mu P$  realizuje algorytm opisany równaniem (3), który wymaga wykonania operacji dzielenia sygnałów wejściowych przez ich pochodne (wyznaczane numerycznie) oraz obliczenia wartości funkcji *arcus tangens*. Wynikiem działania układu mikroprocesorowego  $\mu P$  jest wyznaczenie wartości wyjściowej, wyświetlanej na polu odczytowym.

### 3. ANALIZA BŁĘDÓW PRZY ODKSZTAŁCENIU SYGNAŁÓW

Rzeczywiste sygnały wejściowe  $A_x(t)$  i  $B_x(t)$  podawane na wejścia układów przedstawionych w p.2 są opisane równaniami:

$$A_x(t) = A_0 + A_m \sin \omega t + \sum_{i=2}^{\infty} A_{mi} \sin(i\omega t + \alpha_i) = A(t) + Z_A(t), \quad (4)$$

$$B_x(t) = B_0 + B_m \sin(\omega t + \varphi) + \sum_{i=2}^{\infty} B_{mi} \sin(i\omega t + \beta_i) = B(t) + Z_B(t), \quad (5)$$

- gdzie:  $A_0$  — składowa stała sygnału  $A(t)$ ,  
 $A_m$  — amplituda harmonicznej podstawowej sygnału  $A(t)$ ,  
 $A_{mi}$  — amplituda  $i$ -tej harmonicznej sygnału  $A(t)$ ,  
 $\alpha_i$  — przesunięcie fazowe  $i$ -tej harmonicznej sygnału  $A(t)$ ,  
 $B_0$  — składowa stała sygnału  $B(t)$ ,  
 $B_m$  — amplituda harmonicznej podstawowej sygnału  $B(t)$ ,

- $B_{mi}$  — amplituda  $i$ -tej harmonicznej sygnału  $B(t)$ ,  
 $\beta_i$  — przesunięcie fazowe  $i$ -tej harmonicznej sygnału  $B(t)$ ,  
 $Z_A(t), Z_B(t)$  — sygnały zakłócające.

Rzeczywiste sygnały wyjściowe układów będą wówczas opisane odpowiednio równaniami:

- dla układu z rys. 1:

$$W_{AY} = \Psi_B(t) - \Psi_A(t), \quad (6)$$

gdzie:

$$\Psi_A(t) = \operatorname{arctg} \frac{A_0 + A_m \sin(\omega t) + \sum_{i=2}^{\infty} A_{mi} \sin(i\omega t + \alpha_i)}{A_0 + A_m \cos(\omega t) + \sum_{i=2}^{\infty} A_{mi} \sin(i\omega t + \Psi_i)}$$

— faza bieżąca rzeczywistego sygnału  $A_X(t)$ ,

$$\Psi_B(t) = \operatorname{arctg} \frac{B_0 + B_m \sin(\omega t + \varphi) + \sum_{i=2}^{\infty} B_{mi} \sin(i\omega t + \beta_i)}{B_0 + B_m \cos(\omega t + \varphi) + \sum_{i=2}^{\infty} B_{mi} \sin(i\omega t + \xi_i)}$$

— faza bieżąca sygnału  $B_X(t)$ ,

- dla układu z rys. 2:

$$W_{CX} = \Psi_B(t_p) - \Psi_A(t_p), \quad (7)$$

gdzie:

$$\Psi_A(t_p) = \operatorname{arctg} \frac{A_0 + A_m \sin(\omega t_p) + \sum_{i=2}^{\infty} A_{mi} \sin(i\omega t_p + \alpha_i)}{A_m \cos(\omega t_p) + \sum_{i=2}^{\infty} i A_{mi} \sin(i\omega t_p + \Psi_i)}$$

— faza bieżąca rzeczywistego sygnału  $A_X(t)$  w chwili próbkowania  $t_p$ ,

$$\Psi_B(t_p) = \operatorname{arctg} \frac{B_0 + B_m \sin(\omega t_p + \varphi) + \sum_{i=2}^{\infty} B_{mi} \sin(i\omega t_p + \beta_i)}{B_m \cos(\omega t_p + \varphi) + \sum_{i=2}^{\infty} i B_{mi} \sin(i\omega t_p + \xi_i)}$$

— faza bieżąca rzeczywistego sygnału  $B_X(t)$  w chwili próbkowania  $t_p$ .



Błędy bezwzględne układów pomiarowych przedstawionych na rys. 1 i 2 można zdefiniować następująco:

- dla układu z rys. 1

$$\Delta W_A = W_{Ax} - W_A, \quad (8)$$

- dla układu z rys. 2

$$\Delta W_C = W_{Cx} - W_C. \quad (9)$$

Uwzględniając równania (2), (3) oraz (6) i (7) można zapisać równania (8) i (9) odpowiednio:

- dla układu z rys. 1

$$\begin{aligned} \Delta W_A &= [\Psi_B(t) - \Psi_A(t)] - [\Phi_B(t) - \Phi_A(t)] = \\ &= [\Psi_B(t) - \Phi_B(t)] - [\Psi_A(t) - \Phi_A(t)] = \\ &= \Delta \Phi_B(t) - \Delta \Phi_A(t), \end{aligned} \quad (10)$$

- dla układu z rys. 2:

$$\begin{aligned} \Delta W_C &= [\Psi_B(t_p) - \Psi_A(t_p)] - [\Phi_B(t_p) - \Phi_A(t_p)] = \\ &= [\Psi_B(t_p) - \Phi_B(t_p)] - [\Psi_A(t_p) - \Phi_A(t_p)] = \\ &= \Delta \Phi_B(t_p) - \Delta \Phi_A(t_p). \end{aligned} \quad (11)$$

W celu oszacowania maksymalnych wartości błędów opisanych równaniami (10) i (11) skorzystano z następującej zależności trygonometrycznej:

$$\arctg X - \arctg Y = \arctg \frac{X - Y}{1 + XY}. \quad (12)$$

Ponadto, ze względu na nieliniowość funkcji *arcus tangens* (por. rys. 3) błędy argumentu tej funkcji przenoszą się na wynik w największym stopniu w okolicy zera. Do oszacowania błędów można zatem przyjąć przybliżone równanie:

$$\arctg X \approx X. \quad (13)$$

Po uwzględnieniu równań (12) i (13) można oszacować maksymalne błędy układów odpowiednio:

- dla układu z rys. 1

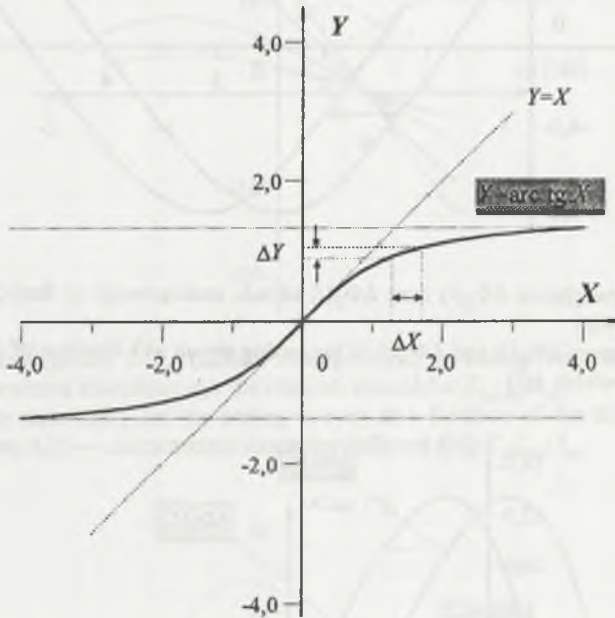
$$\Delta W_{A\max} \approx 2 \frac{A_0}{A_m} + h_A + 2 \frac{B_0}{B_m} + h_B \approx 2 \left( \frac{A_0}{A_m} + \frac{B_0}{B_m} \right), \quad (14)$$

gdzie:  $h_A, h_B$  — współczynniki zawartości harmonicznych sygnałów  $A(t)$  i  $B(t)$ ,

- dla układu z rys.2

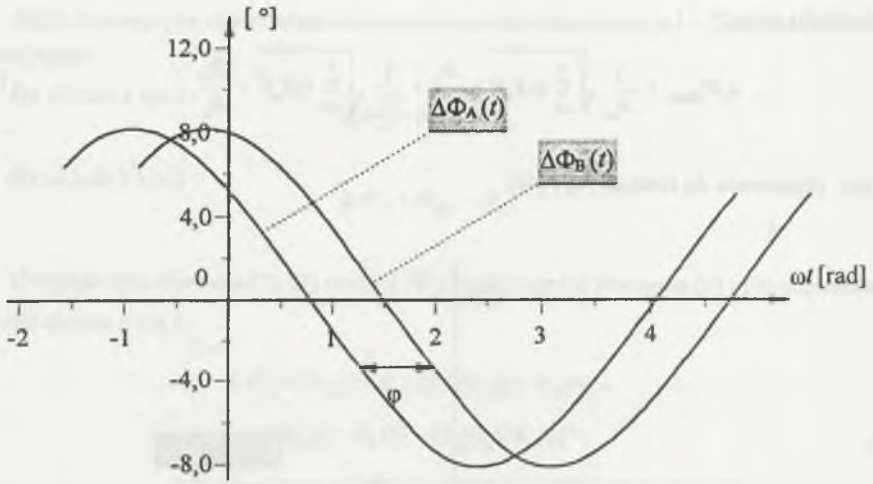
$$\Delta W_{max} = \frac{1}{A_n} \sqrt{\sum_{i=2}^n (iA_n)^2} + \frac{A_0}{A_n} + \frac{1}{B_n} \sqrt{\sum_{i=2}^n (iB_n)^2} + \frac{B_0}{B_n}. \quad (15)$$

(por. objaśnienia do równań (4) i (5)).



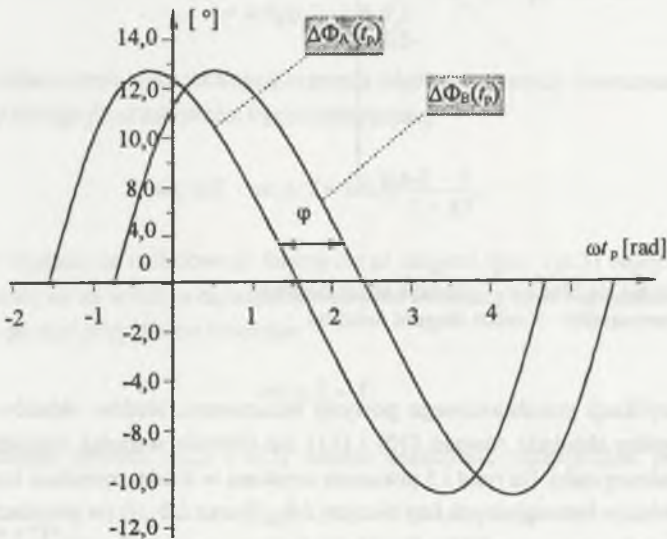
Rys.3. Przenoszenie się błędów — funkcja arcus tangens  
Fig.3. Error transmission — arcus tangent function

W celu weryfikacji przedstawionego powyżej oszacowania błędów układów zamodelowano poszczególne składniki równań (10) i (11) dla różnych wartości zakłóceń harmonicznych oraz składowej stałej. Na rys.4 i 5 pokazano uzyskane w drodze symulacji komputerowej charakterystyki błędów bezwzględnych fazy bieżącej  $\Delta\Phi_A(t)$  oraz  $\Delta\Phi_B(t)$  (w stopniach) w funkcji fazy bieżącej pojedynczego przebiegu dla układu analogowego i cyfrowego, przy składowej stałej równej 10% amplitudy pierwszej harmonicznej badanego przebiegu oraz przy współczynniku zawartości harmonicznych równym 1% dla obydwu przebiegów  $A(t)$  oraz  $B(t)$ .



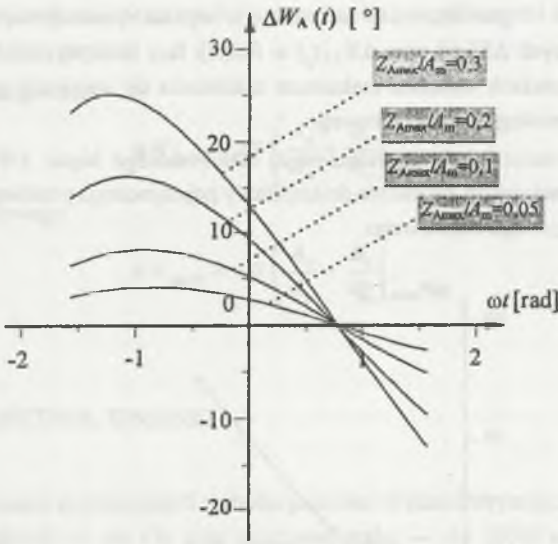
Rys.4. Błędy bezwzględne  $\Delta\Phi_A(t)$  oraz  $\Delta\Phi_B(t)$  układu analogowego w funkcji fazy bieżącej przebiegu  $A(t)$

Fig.4. Absolute errors  $\Delta\Phi_A(t)$  and  $\Delta\Phi_B(t)$  of the analog circuit as a function of the actual phase of the waveform  $A(t)$

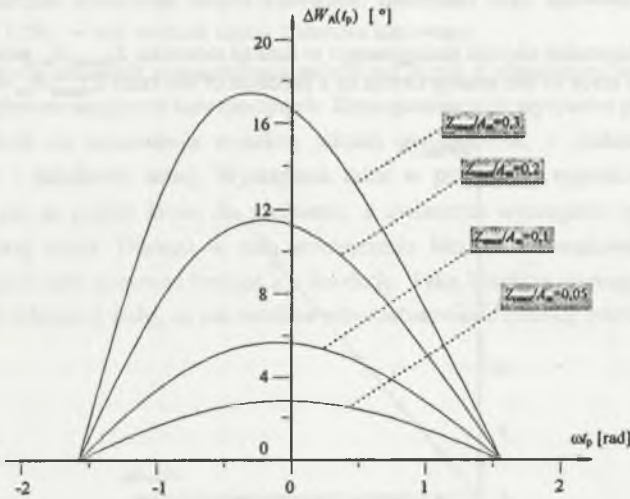


Rys.5. Błędy bezwzględne  $\Delta\Phi_A(t_p)$  oraz  $\Delta\Phi_B(t_p)$  układu cyfrowego w funkcji fazy bieżącej przebiegu  $A(t_p)$

Fig.5. Absolute errors  $\Delta\Phi_A(t_p)$  and  $\Delta\Phi_B(t_p)$  of the digital circuit as a function of the actual phase of the waveform  $A(t_p)$



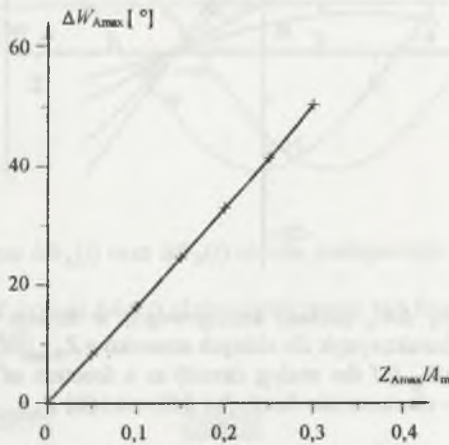
Rys.6. Błąd bezwzględny  $\Delta W_A$  (układu analogowego) w funkcji fazy bieżącej przebiegu  $A(t)$  — rodzina charakterystyk dla różnych stosunków  $Z_{Amax}/A_m$   
 Fig.6. Absolute error  $\Delta W_A$  (of the analog circuit) as a function of the actual phase of the waveform  $A(t)$  — characteristic family for different ratio  $Z_{Amax}/A_m$



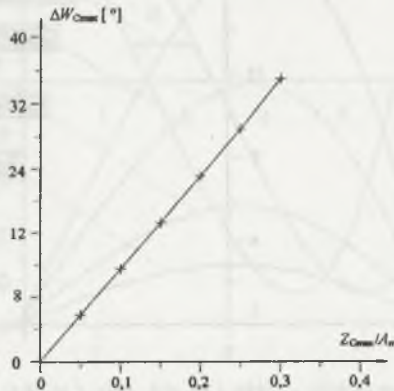
Rys.7. Błąd bezwzględny  $\Delta W_C$  (układu cyfrowego) w funkcji fazy bieżącej przebiegu  $A(t_p)$  — rodzina charakterystyk dla różnych stosunków  $Z_{Cmax}/A_m$   
 Fig.7. Absolute error  $\Delta W_C$  (of the digital circuit) as a function of the actual phase of the waveform  $A(t)$  — characteristic family for different ratio  $Z_{Cmax}/A_m$

Z kolei na rys.6 i 7 przedstawiono otrzymaną w wyniku symulacji rodzinę charakterystyk błędów bezwzględnych  $\Delta W_A(t)$  oraz  $\Delta W_C(t_p)$  w funkcji fazy bieżącej pojedynczego przebiegu przy różnych wartościach stosunku maksimum zakłócenia do amplitudy pojedynczego przebiegu dla układów analogowego i cyfrowego.

Na rys.8 i 9 przedstawiono charakterystyki maksymalnego błędu  $\Delta W_{Amax}$  oraz  $\Delta W_{Cmax}$  w funkcji stosunku maksimum zakłócenia do amplitudy pojedynczego przebiegu — odpowiednio dla układów analogowego i cyfrowego.



Rys.8. Błąd maksymalny układu analogowego w funkcji stosunku  $Z_{Amax}/A_m$  przebiegu  $A(t)$   
 Fig.8. Maximal error of the analog circuit as a function of the ratio  $Z_{Amax}/A_m$  of the waveform  $A(t)$



Rys.9. Błąd maksymalny układu cyfrowego w funkcji stosunku  $Z_{Cmax}/A_m$  przebiegu  $A(t_p)$   
 Fig.9. Maximal error of the digital circuit as a function of the ratio  $Z_{Cmax}/A_m$  of the waveform  $A(t_p)$

Charakterystyki przedstawione na rys. 8 i 9 można opisać przybliżonymi równaniami, opisującymi maksymalny błąd pomiaru:

- dla układu analogowego

$$\Delta W_{\max} = 2,8 \left( \frac{A_0}{A_m} + \frac{B_0}{B_m} \right), \quad (16)$$

- dla układu cyfrowego

$$\Delta W_{\max} = 1,7 \left( \frac{A_0}{A_m} + \frac{B_0}{B_m} \right). \quad (17)$$

#### 4. UWAGI KOŃCOWE, WNIOSKI

Przyjęte w badaniach symulacyjnych wartości parametrów charakteryzujących zakłócenia (tzn. udziały harmoniczných — do 1% oraz składowej stałej — do 10%) zostały określone na podstawie informacji literaturowych [7] i własnych doświadczeń autorów w odniesieniu do typowych, laboratoryjnych generatorów sygnałów sinusoidalnych.

Z przedstawionych rezultatów badań (rys. 8, 9) wynika, że w rozważanych układach pomiarowych błąd spowodowany wpływem składowej stałej (równej 10% amplitudy 1-szej harmonicznej) ma wartość kilkunastu stopni kątowych, natomiast błąd spowodowany udziałem harmoniczných (1%) — ma wartość rzędu 1 stopnia kąowego.

W omawianych układach pomiarowych należy się liczyć z silniejszym wpływem składowej stałej niż wpływem wyższych harmoniczných. Zmniejszanie tych wpływów polegać powinno przede wszystkim na stosowaniu wysokiej jakości generatorów, o znikomych udziałach harmoniczných i składowej stałej. Wymagania takie w przypadku sygnałów o infraniskiej częstotliwości nie są jednak łatwe do spełnienia, a zwłaszcza wymaganie znikomo małego udziału składowej stałej. Dlatego w celu zmniejszenia błędów spowodowanych składową stałą należy dodatkowo stosować bieżącą ich korekcję. Taka korekcja wymaga odpowiedniej, bieżącej kontroli składowej stałej, co jest możliwe przy zastosowaniu metody pomiarowej opisanej w pracy [9].

#### LITERATURA

1. Chwaleba A., Poniński M., Siedlecki A.: Metrologia elektryczna. WNT, Warszawa 1996.
2. Marcyniuk A., Pasecki E., Pluciński M., Szadkowski B.: Podstawy metrologii elektrycznej. WNT, Warszawa 1984.

3. Stabrowski M.M.: Miernictwo elektryczne. Cyfrowa technika pomiarowa. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1994.
4. Cichy A.: Metody pomiaru przesunięcia fazowego przebiegów sinusoidalnych o częstotliwościach infraniskich. Materiały XXVII Międzyuczelnianej Konferencji Metrologów, Zielona Góra 1995.
5. Cichy A.: Pomiar przesunięcia fazowego sygnałów sinusoidalnych o infraniskich częstotliwościach z wykorzystaniem scalonych układów funkcyjnych. Materiały XXIX Międzyuczelnianej Konferencji Metrologów, Lublin - Nałęczów 1997.
6. Cichy A., Szadkowski B.: Metoda szybkiego pomiaru składowej stałej sygnałów sinusoidalnych o infraniskich częstotliwościach. ZN Pol. Śl., s. Elektryka, z.157, Gliwice 1997.
7. Miczulski W.: Wpływ wyższych harmonicznnych na dokładność pomiaru impedancji metodą mostkową z przetwarzaniem kątów przesunięć fazowych. Materiały XXIX Międzyuczelnianej Konferencji Metrologów, Lublin - Nałęczów 1997.
8. Miczulski W.: Pomiar impedancji metod komparacji równoprądowej z przetwarzaniem kątów przesunięć fazowych przy napięciach niesinusoidalnych. Materiały VII Sympozjum Modelowanie i Symulacja Systemów Pomiarowych MiSSP'97, Kraków 1997.
9. Szadkowski B., Cichy A.: Metoda wyznaczania składowej stałej sygnałów sinusoidalnych o częstotliwościach infraniskich ( $10^{-3}$ -10) Hz. ZN Pol. Śl., s. Elektryka, z.156, Gliwice 1996.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Zygmunt Kuśmierek

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 kwietnia 1998 r.

### Abstract

Analysis of errors of fast measuring circuits for phase-shift measurements in infra-low frequency range ( $10^{-3}$ ... 10) Hz caused by higher harmonics and the constant component of measuring signals is presented in the paper. The real input signals of the mentioned circuits are described by the equations (4) and (5). The absolute errors of the measuring circuits shown in Figs.1 and 2 are defined by the relationships (10) and (11). To estimate the maximal values of the above errors the trygonometric relation (12) has been used. Because of nonlinearity (Fig.3) the errors of *arcus tangent* argument influence the result extremely about zero, so it is possible to use the approximate equation (13) for estimation of the errors. Particular components of the equations (10) and (11) have been simulated for different values of harmonic disturbances and the constant component. Characteristics of the absolute errors of the actual phase as a function of the single waveform actual phase for the constant component equal to 10% of the tested waveform first harmonic and the relative harmonic content equal to 1% for both of the input waveforms are

shown in Figs.4 and 5. Characteristic family of the absolute errors as a function of the single waveform actual phase for different values of the disturbance maximum-to-the single waveform amplitude ratio for the analog and digital circuits is presented in Figs.6 and 7. These characteristics have been obtained from simulation. Characteristics of the maximal error as a function of the disturbance maximum - to - the single waveform amplitude ratio are shown in Figs.8 and 9. They can be described by the approximate equations (14) and (15) expressing the measurement maximal error. From the presented investigation results it follows that the error caused by influence of the constant component (equal to 10% of the first harmonic amplitude) equals a dozen or so degrees, whereas the error caused by the harmonics (1%) equals one degree for the described measuring circuits.



Andrzej LEBIEDZKI

Politechnika Śląska

## POMIARY WSPÓLCZYNNIKA STRAT DIELEKTRYCZNYCH ZA POMOCĄ MOSTKÓW AUTOMATYCZNYCH W BADANIACH DIAGNOSTYCZNYCH URZĄDZEŃ ELEKTROENERGETYCZNYCH

**Streszczenie.** W artykule opisane zostały wybrane układy automatycznych mostków wysokonapięciowych przystosowanych do cyfrowej rejestracji współczynnika strat dielektrycznych i pojemności w badaniach diagnostycznych urządzeń elektroenergetycznych.

## DIELECTRIC LOSS FACTOR MEASUREMENT IN DIAGNOSTIC TESTING OF ENGINEERING EQUIPMENT BY MEANS OF AUTOMATIC BRIDGES

**Summary.** In the paper some chosen high voltage automatic bridges systems for digital registration of dielectric loss factor and capacity in diagnostic testing of electric equipment have been presented.

### 1. WPROWADZENIE

W badaniach diagnostycznych urządzeń elektroenergetycznych stosuje się trzy grupy wskaźników oceny stanu izolacji: wskaźniki typu rezystancyjnego, typu pojemnościowego oraz próby napięciowe. Do wskaźników typu pojemnościowego należą pomiary współczynnika strat dielektrycznych i pojemności badanego urządzenia. Pomiary współczynnika strat dielektrycznych  $\text{tg}\delta$  są jednym z istotnych badań określających stan izolacji urządzenia. Wzrost wartości  $\text{tg}\delta$  między kolejnymi badaniami okresowymi może sygnalizować procesy starzeniowe izolacji, jej zawilgocenie, powstawanie uszkodzeń mechanicznych i występowanie wyładowań niezupełnych. Do pomiaru i rejestracji współczynnika  $\text{tg}\delta$  mogą być stosowane miemostkowe metody bezpośredniego pomiaru  $\text{tg}\delta$  z zastosowaniem współczesnych elementów elektronicznych.

Do metod tych należą pomiary  $tg\delta$  za pomocą elektronicznych układów mnożących dużej dokładności [1], układy wykorzystujące szybkie przetworniki A/C do rejestracji wartości chwilowych napięcia i prądu płynących przez badane urządzenie, a następnie cyfrowego obliczenia wartości  $tg\delta$ . Stosowane mogą być również układy fazomierzy cyfrowych z przesuwnikami fazowymi  $\pi/2$  [2]. W badaniach obiektów wysokonapięciowych wszystkie powyższe układy wyposażone mogą być w wysokonapięciowe dzielniki napięcia i boczniki prądowe dostosowane do zakresu mierzonych pojemności badanych urządzeń. Okresowa kontrola poprawności działania tych mierników wymaga stosowania wysokonapięciowych wzorców pojemności i  $tg\delta$  lub metod mostkowych. Metody mostkowe pomiaru  $tg\delta$  należą do najdokładniejszych, ale przy stosowaniu mostków równoważonych ręcznie są kłopotliwe w badaniach eksploatacyjnych urządzeń. Nie pozwalają również na bezpośrednią współpracę z układem cyfrowej rejestracji wyników pomiaru. W artykule przedstawiono układy automatycznego mostka Scheringa i wybranych mostków transformatorowych przystosowanych do cyfrowej rejestracji  $tg\delta$  i pojemności badanego obiektu.

## 2. AUTOMATYCZNY MOSTEK SCHERINGA

Schemat ideowy automatycznego mostka Scheringa przedstawia rys. 1. Obiekt wysokonapięciowy jest niezziemiony, a jego schemat zastępczy stanowi szeregowe połączenie rezystancji  $R_X$  i pojemności  $C_X$ . Kondensator  $C_N$  jest wysokonapięciowym wzorcem pojemności, którego współczynnik strat dielektrycznych  $tg\delta < 10^{-4}$  został pominięty w równaniach równowagi mostka.

Gałąź  $G_{3W}$  stanowi równoległe połączenie  $n+1$  konduktancji  $G_0 G_1 \dots$ , której wartość końcową wyliczamy z zależności (1):

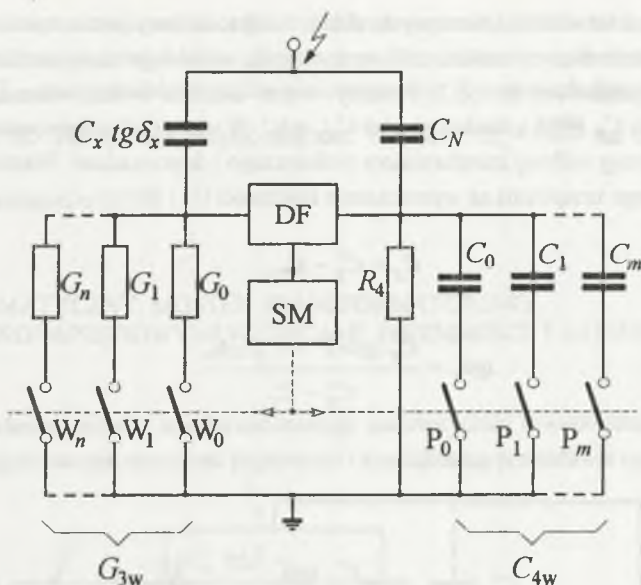
$$G_{3W} = G_0 \left( a_0 \cdot 1 + a_1 \frac{1}{2} + a_2 \frac{1}{2^2} + \dots + a_n \frac{1}{2^n} \right) = G_0 \sum_{i=0}^n a_i \frac{1}{2^i}, \quad (1)$$

gdzie  $a_i = 0$  lub  $1$  określa wyłączenie lub włączenie wyłącznika  $W_i$  w stanie równowagi mostka.

W gałęzi  $Z_4$  pojemność wypadkowa  $C_{4W}$  jest równoległym połączeniem  $n+1$  pojemności o wartościach malejących w kodzie dwójkowym i wyliczana jest z zależności (2):

$$C_{4W} = C_0 \left( b_0 \cdot 1 + b_1 \frac{1}{2} + b_2 \frac{1}{2^2} + \dots + b_n \frac{1}{2^n} \right) = C_0 \sum_{k=0}^n b_k \frac{1}{2^k}, \quad (2)$$

gdzie  $b_k = 0$  lub  $1$  określa włączenie lub wyłączenie wyłącznika  $P_K$  w stanie równowagi mostka.



Rys.1. Schemat ideowy automatycznego mostka Scheringa: DF — detektor fazoczuły, SM — sterownik mikroprocesorowy

Fig.1. Schematic diagram of automatic Schering bridge: DF — phase detector, SM — microprocessor controller

Procesem równoważenia mostka steruje mikroprocesorowy układ równoważenia SM mostka otrzymujący informacje o stanie równowagi mostka z detektora fazoczułego DF. Wartości  $tg\delta_X$  i pojemności  $C_X$  badanego urządzenia są wyznaczone z zależności (3) i (4):

$$tg\delta_X = \omega R_4 C_0 \sum_{k=0}^{k=n} b_k \frac{1}{2^k}, \quad (3)$$

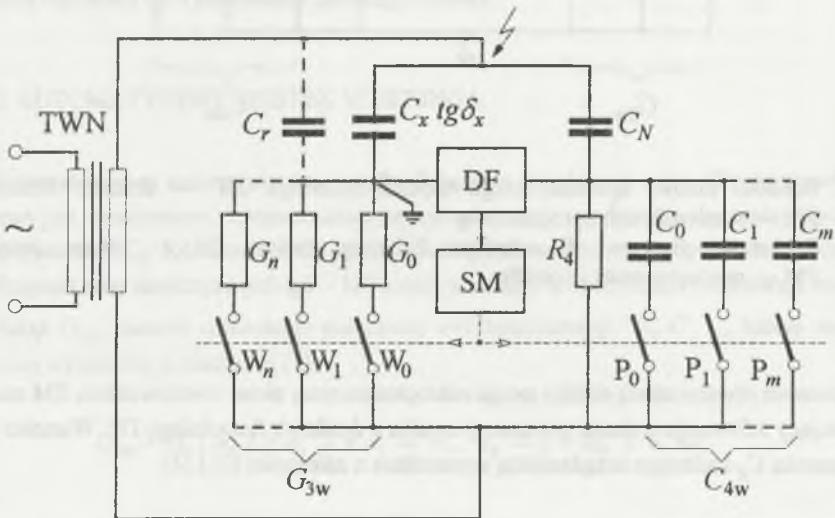
$$C_X = C_N R_4 G_0 \sum_{i=0}^{i=n} a_i \frac{1}{2^i}. \quad (4)$$

Stany 0 lub 1 wyłączników  $W_i$  i  $P_k$  odpowiadające stanowi równowagi mostka są rejestrowane w pamięci systemu mikroprocesorowego sterownika, a wyniki obliczeń wg zależności (3) i (4) wyświetlane na wyświetlaczu alfanumerycznym mostka lub przesyłane do systemu centralnej rejestracji danych pomiarowych.

W badaniach obiektów uziemionych układ mostka zasilany jest z transformatora probierczego o nieziemionym zacisku dolnym uzwojenia wysokiego napięcia. Schemat takiego układu jest przedstawiony na rys.2. Pomiary w tym układzie wykonywane są dwukrotnie: bez obiektu badań  $C_T$ ,  $tg\delta_T$  i z obiektem badań  $C_X$ ,  $tg\delta_X$ . W ten sposób eliminowane z pomiarów są pojemności strony wtórnej transformatora probierczego i doprowadzeń. Wartość pojemności  $C_X$  i  $tg\delta_X$  badanego urządzenia są wyznaczane z zależności (5) i (6):

$$C_X = C_X' - C_T, \quad (5)$$

$$tg\delta_X = \frac{C_X' tg\delta + X' - C_T tg\delta_T}{C_X' - C_T} \quad (6)$$



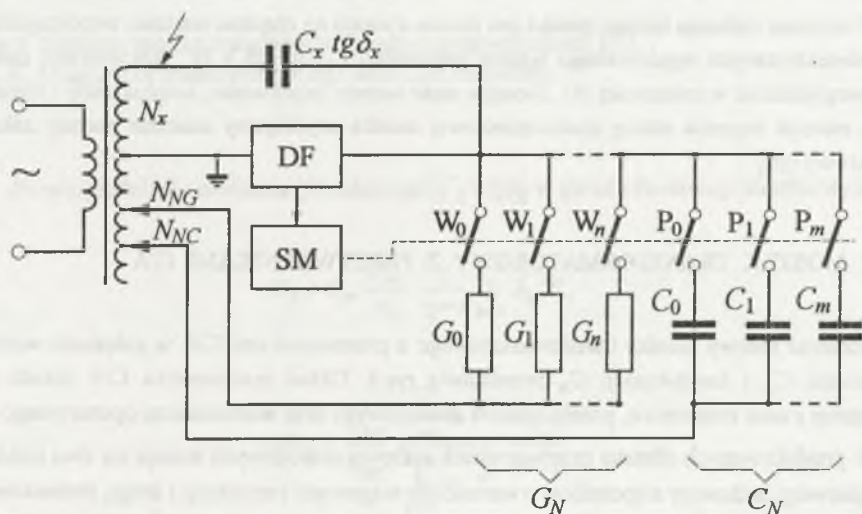
Rys.2. Schemat automatycznego mostka Scheringa do badania obiektów uziemionych  
Fig.2. Schematic diagram of automatic Schering bridge in testing grounded objects

W przypadku badania kondensatorów i kabli o dużej pojemności  $C_X$ , których prądy pojemnościowe przekraczają dopuszczalną obciążalność prądową gałęzi  $G_{3w}$ , należy stosować dodatkowe boczniiki prądowe. Celem zmniejszenia wpływu pojemności pasozytniczych w mostku należy stosować ekranowanie części niskonapięciowej mostka, jak to ma miejsce w mostkach Scheringa ręcznie równoważonych.

Niepewność wyznaczania wartości  $tg\delta$  w przedstawionym układzie mostka automatycznego wynika w granicznej czułości detektora fazowego, klasy zastosowanych elementów biernych gałęzi  $Z_4$ ;  $R_4$ ;  $C_{4W}$  oraz niestałości częstotliwości pomiarowej. W badaniach diagnostycznych przy częstotliwości 50 Hz należy przyjąć wartość rezystora  $R_4 = \frac{1000}{\pi}$  lub  $R_4 = \frac{10^4}{\pi}$  celem uproszczenia zależności (3).

### 3. AUTOMATYCZNY MOSTEK TRANSFORMATOROWY Z NISKONAPIĘCIOWYMI WZORCAMI POJEMNOŚCI I KONDUKTANCJI

Schemat ideowy mostka transformatorowego automatycznie równoważonego z niskonapięciowymi regulowanymi wzorcami pojemności i konduktancji przedstawia rys.3.



Rys.3. Schemat mostka transformatorowego z niskonapięciowymi wzorcami pojemności i konduktancji

Fig.3. Diagram of transformer bridge with low voltage resistance and capacity standards

W układzie tym przyjęto równoległy schemat zastępczy badanego urządzenia  $G_X C_X$ . W stanie równowagi mostka  $C_X$  i  $tg\delta_X$  wyliczane są z zależności (7) i (8):

$$C_X = C_N \frac{N_{NC}}{N_X} = \frac{N_{NC}}{N_X} C_0 \sum_{k=0}^{k=n} b_k \frac{1}{2^k}, \quad (7)$$

$$\text{tg} \delta_X = \frac{G_X}{\omega C_X} = \frac{N_{NG}}{\omega N_{NC}} \frac{G_0 \sum_{i=0}^{i=n} a_i \frac{1}{2^i}}{C_0 \sum_{k=0}^{k=n} b_k \frac{1}{2^k}}, \quad (8)$$

gdzie:

$N_X$  — liczba zwojów uzwojenia wysokiego napięcia,

$N_{NCN}$  — liczba zwojów uzwojenia wzorca pojemności  $C_N$ ,

$N_{NG}$  — liczba zwojów uzwojenia wzorca konduktancji  $R_N$ ,

$a_i, b_k$  — oznaczone podobnie jak w układzie mostka Scheringa przyjmują wartość 0 lub 1.

Praktyczna realizacja takiego mostka jest trudna z uwagi na znaczne wartości współczynnika strat dielektrycznych regulowanego wzorca pojemności  $C_N$ , tj.  $\text{tg} \delta = 10^{-3}$  lub większy, czego nie uwzględniono w zależności (8). Stosując stałe wzorce pojemności, konduktancji i regulowaną wartość napięcia strony niskonapięciowej mostka uzyskujemy znacznie szerszy zakres pomiarowy  $\text{tg} \delta_X$ .

#### 4. MOSTEK TRANSFORMATOROWY Z PRZETWORNIKAMI C/A

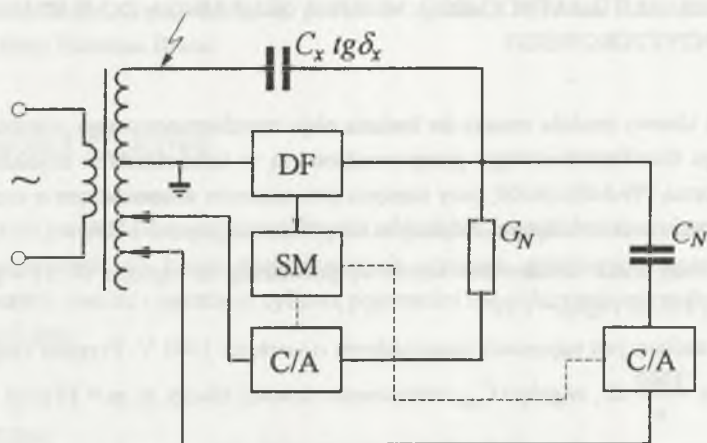
Schemat ideowy mostka transformatorowego z przetwornikami C/A w gałęziach wzorca pojemności  $C_N$  i konduktancji  $G_N$  przedstawia rys.4. Układ przetwornika C/A składa się najczęściej z sieci rezystorów, przełączników analogowych oraz wzmacniacza operacyjnego.

W produkowanych obecnie przetwornikach cyfrowo-analogowych stosuje się dwa rodzaje sieci: pierwszy, budowany z oporników o wartościach wagowych rezystancji i drugi, drabinkowy, oparty na układach R-2R. Dokładność przetworników wagowych zależy od dokładności zastosowanych rezystorów o najbardziej znaczących bitach, jak również od własności kluczy elektronicznych. W przetwornikach C/A w układzie drabinkowym, pracujących w kodzie dwójkowym, wystarczy stosować tylko rezystory o wartości R-2R [3].

Napięcie wyjściowe  $U_{wy}$  przetwornika niedociążonego w układzie drabinkowym jest określone zależnością (9):

$$U_{wy} = U_{we} \frac{1}{2^{n+1}} \sum_{i=1}^{i=n} a_i 2^i, \quad (9)$$

gdzie  $U_{we}$  — napięcie na wejściu przetwornika n-bitowego.



Rys.4. Schemat mostka transformatorowego z przetwornikami C/A

Fig.4. Diagram of transformer bridge with C/A converters

Po uwzględnieniu równania (9) zależności  $C_X$  i  $tg\delta_X$  w stanie równowagi mostka wynoszą:

$$C_X = C_N \frac{N_{NC}}{N_X} \frac{1}{2^{n+1}} \sum_{k=1}^{k=n} b_k 2^k, \quad (10)$$

$$tg\delta_X = \frac{N_{NG}}{N_{NC}} \frac{\sum_{i=1}^{i=n} a_i 1^i}{\sum_{k=1}^{k=m} b_k 2^k} \frac{G_N}{\omega C_N}. \quad (11)$$

Klucze analogowe przetworników C/A mostka są sterowane z układu sterującego za pomocą napięć pochodzących z detektora fazowego mostka.

Niepewność pomiaru współczynnika strat dielektrycznych zależy od rozdzielczości zastosowanych przetworników i dokładności użytych wzorców  $C_N$  i  $R_N$ .

## 5. MODEL AUTOMATYCZNEGO MOSTKA SCHERINGA DO BADANIA OLEJU TRANZYSTOROWEGO

Schemat ideowy modelu mostka do badania oleju transformatorowego przedstawia rys.1. Pomiary oleju transformatorowego przeprowadzone są w kondensatorze trójelektrodowym, zgodnie z normą PN-84/E-04109, przy napięciu przemiennym sinusoidalnym o częstotliwości 50 Hz i natężeniu pola w badanym dielektryku nie przekraczającym 1 kV/mm.

Zastosowany został kondensator wzorcowy powietrzny na napięcie 10 kV i pojemności znamionowej 100 pF i  $tg\delta_N = 1 \cdot 10^{-4}$ .

Mostek zasilany jest napięciem sinusoidalnym o wartości 1000 V. Przyjęto rezystancję  $R_4$  mostka równą  $\frac{1000}{\pi} \Omega$ , w gałęzi  $C_{4W}$  zastosowano dziesięć kluczy, tj.  $m = 10$  przy założonym zakresie pomiarowym  $tg\delta_X = 10^{-1} \div 10^{-4}$  i rozdzielczości  $\Delta tg\delta_X = 10^{-4}$ . Wartość pojemności kondensatora gałęzi  $Z_4$  w stanie równowagi mostka wyliczona jest z zależności:

$$C_{4W} = 10^{-9} \sum_{k=0}^{k=9} b_k 2^k \text{ (F)}, \quad (12)$$

co odpowiada wartości  $tg\delta_X$  równej:

$$tg\delta_X = 10^{-4} \sum_{k=0}^{k=9} b_k 2^k. \quad (13)$$

W gałęzi  $G_{3W}$  zastosowano 14 kluczy kontaktronowych, tj.  $n = 13$  przy założonym zakresie mierzonych pojemności kondensatora  $C_X = 150 - 400$  pF i rozdzielczości  $\Delta C_X = 10^{-2}$  pF. Przyjęto największą konduktywność  $G_0 = 10^{-2}$  S.

W stanie równowagi mostka  $G_{3W}$  określa zależność:

$$G_{3W} = 10^{-2} \sum_{i=0}^{i=13} a_i \frac{1}{2^i} \text{ (S)}. \quad (14)$$

Wartość pojemności  $C_X$  kondensatora określa równanie:

$$C_X = \frac{10^{-9}}{\pi} \sum_{i=0}^{i=13} a_i \frac{1}{2^i} \text{ (F)}. \quad (15)$$

W układzie tym wartość najmniej znaczącej gałęzi  $G_{3W}$  jest mniejsza od  $10^6 \Omega$ . Część niskonapięciowa mostka została umieszczona razem ze sterownikiem i detektorem fazoczułym w obudowie stalowej i oddzielona od części wysokonapięciowej ekranowanymi kablami. Układ wejściowy detektora fazoczułego posiada transformator separujący oraz filtry aktywne. Dla



częstotliwości 50 Hz otrzymano wyniki pomiarów zgodne z wynikami z fabrycznego mostka Scheringa firmy Hartman Braun.

## 6. WNIOSKI KOŃCOWE

W artykule przedstawiono analizę możliwości realizacji wybranych automatycznych mostków wysokonapięciowych do badań profilaktycznych urządzeń elektroenergetycznych umożliwiających szybki pomiar i rejestrację cyfrową pojemności i współczynnika strat dielektrycznych badanego obiektu.

## LITERATURA

1. Lebiezki A.: Pomiary współczynnika strat dielektrycznych w badaniach diagnostycznych urządzeń elektroenergetycznych. ZN Pol. Śl., s. Elektryka, z. 156, Gliwice 1996.
2. Lebiezki A.: Pomiary współczynnika strat dielektrycznych w badaniach diagnostycznych elektroenergetycznych obiektów pojemnościowych. ZN Pol. Śl., s. Elektryka, z. 158, Gliwice 1996.
3. Chwaleba A., Poniński M., Siedlecki A.: Metrologia elektryczna. WNT, Warszawa 1994.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Danuta Turzeniecka

Wpłynęło do Redakcji dnia 10 kwietnia 1998 r.

## Abstract

In the paper some chosen high voltage automatic bridges systems for digital registration of dielectric loss factor and capacity in diagnostic testing of electric equipment have been presented. Schematic diagram of automatic Schering bridge for ungrounded objects testing is presented in Fig.1. Microprocessor controls the balance process of the bridge. Dielectric loss factor and capacity are shown on alphanumeric display. Schematic diagrams of automatic transformer bridges with low voltage resistance and capacity standards are presented in Fig.3 and Fig.4. Uncertainty of dielectric loss factor measurements of transformer bridge in Fig.4 depends on resolution of applied C/A converters and standard resistor and capacity precision.

Henryk URZĘDNICZOK  
Politechnika Śląska

## MOSTKI RÓWNOWAŻONE CZĘSTOTLIWOŚCIOWO JAKO PRZETWORNIKI POMIAROWE Z WYJŚCIEM CZĘSTOTLIWOŚCIOWYM

**Streszczenie.** W artykule podano warunki równowagi dla kilku typów układów mostkowych wykorzystanych jako przetworniki typu „parametr/częstotliwość” (P/f). Wymieniono czynniki wpływające na niepewność przetwarzania. Omówiono wpływ ograniczonej pobudliwości detektora zera na niepewność wyniku przetwarzania. Podano przykładowe wyniki obliczeń niepewności dla dwóch układów mostków, przy różnych wartościach parametrów elementów. Wykazano możliwość uzyskania niepewności na poziomie setnych części procenta, przy odpowiednim wyborze układu i doborze wartości parametrów.

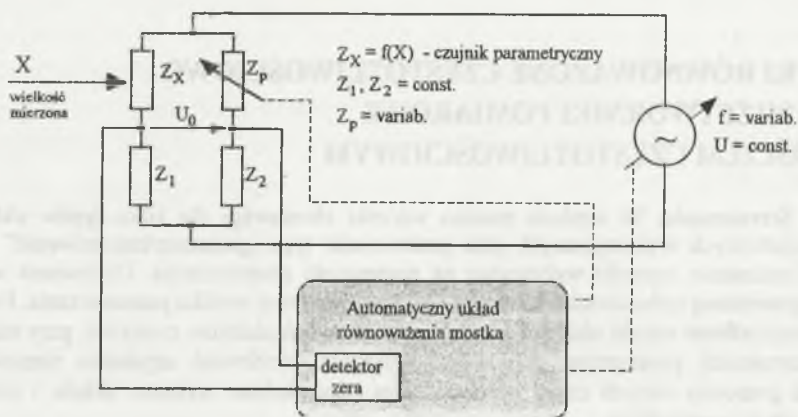
## FREQUENCY BALANCED BRIDGES AS PARAMETER-TO-FREQUENCY MEASURING CONVERTERS

**Summary.** The balance relationships for some of frequency dependent AC bridges are given in this paper. Such types of bridges can be applied as parameter-to-frequency converters. The main factors determining the uncertainty of conversion are mentioned. One of them - the discrimination threshold limited value of the zero-detector in balancing circuit - is detaily considered. Results of uncertainty calculations for two bridges are presented. It is shown, that when choosing properly the type of bridge and parameters of elements, the uncertainty can be within the range of a hundred of ppm.

### 1. WPROWADZENIE

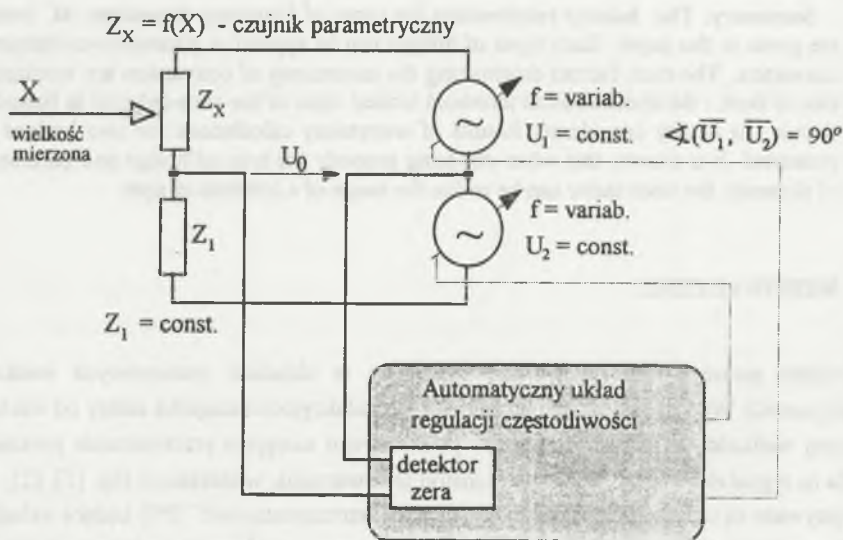
Czujniki parametryczne są szeroko stosowane w układach pomiarowych wielkości nieelektrycznych. Wartość rezystancji, pojemności lub indukcyjności czujnika zależy od wartości mierzonej wielkości. W dalszej części toru pomiarowego następuje przetwarzanie parametru czujnika na sygnał elektryczny. Wśród wielu metod przetwarzania, w literaturze (np. [1], [2], [3], [4]) opisywane są układy przetworników typu „parametr/częstotliwość” (P/f) będące układami mostków zmiennoprądowych równoważonych przez zmianę częstotliwości napięcia zasilającego. Częstotliwość tego napięcia w stanie równowagi mostka jest proporcjonalna do parametru czujnika, a zatem jest miarą wielkości mierzonej.

Wyróżniane są dwa rodzaje układów mostkowych: klasyczne mostki czteroramienne oraz mostki dwuramienne z dwoma źródłami zasilania o jednakowych częstotliwościach i amplitudach, a fazach przesuniętych o  $90^\circ$ . Ogólny schemat przetwornika P/f z mostkiem czteroramiennym pokazano na rys. 1, a schemat przetwornika P/f z mostkiem dwuramiennym na rys. 2.



Rys. 1. Mostek czteroramienny w układzie przetwornika P/f

Fig. 1. Four branch bridge in the parameter-to-frequency converter circuit



Rys. 2. Mostek dwuramienny w układzie przetwornika P/f

Fig. 2. Two branch bridge in the parameter-to-frequency converter circuit

Wymienia się następujące zalety mostkowych przetworników P/f: duża czułość, dokładność i stabilność (w porównaniu z układami generacyjnymi), możliwa do uzyskania liniowość charakterystyki przetwarzania, krótki czas odpowiedzi skokowej, łatwość integracji z czujnikiem parametrycznym. Najistotniejsze znaczenie wydaje się mieć ta ostatnia cecha, gdyż umożliwia uniknięcie wpływu różnych czynników zakłócających (pasożytnicze pojemności, indukcyjności i upływności, temperatura itp). W przeciwieństwie do układów generacyjnych nie zachodzi przy tym konieczność integracji z czujnikiem całego układu przetwornika P/f. Elementy układu wykazujące znaczną wrażliwość na wpływ wielkości zakłócających, w szczególności temperatury, mogą zostać umieszczone poza czujnikiem. Wystarczające jest zintegrowanie w jednej strukturze z czujnikiem pozostałych elementów układu mostka ( $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_p$ ) oraz wzmacniacza napięcia nierównowagi ( $U_0$ ). Wzmocnienie tego wzmacniacza powinno być znaczne, lecz nie musi być stałe. Część układu zintegrowana z czujnikiem może zatem być znacznie prostsza niż w przypadku przetworników generacyjnych.

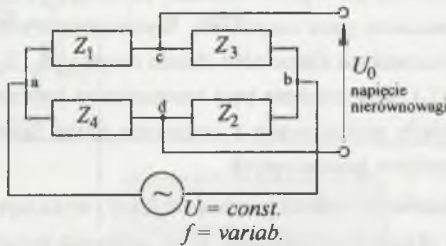
Najkorzystniejsze właściwości metrologiczne (statyczne) wykazują mostkowe przetworniki P/f przy takiej konstrukcji układu równoważenia, która zapewnia pełne zrównoważenie mostka w całym zakresie zmian parametru czujnika. Aby taki stan uzyskać, konieczne jest, oprócz równoważenia przez zmianę częstotliwości, zastosowanie elementu o sterowanym parametrze ( $Z_p$  na rys. 1). Automatyczny układ równoważenia jest wówczas skomplikowany. Właściwości dynamiczne takiego układu zwykle nie są dobre.

W niniejszej pracy przedstawione zostaną wyniki rozważań dotyczących możliwości równoważenia mostka w przetworniku P/f, przy założeniu że **równoważenie następuje jedynie poprzez zmianę częstotliwości napięcia zasilającego, bez konieczności sterowania parametrem elementu  $Z_p$** . Celem analizy było sprawdzenie, czy przy takim założeniu możliwe jest uzyskanie dobrych właściwości metrologicznych przetworników mostkowych P/f.

## 2. PRZYKŁADY UKŁADÓW MOSTKÓW RÓWNOWAŻONYCH PRZEZ ZMIANĘ CZĘSTOTLIWOŚCI

Opisywane układy przetworników z mostkami czteroramiennymi można podzielić na kilka podstawowych rodzajów uwzględniając typ czujnika parametrycznego (R, C, L), podstawową strukturę mostka oraz rodzaj układu automatycznego równoważenia. W pracy [4] zaproponowano metodę klasyfikacji mostków czteroramiennych przydatną do analizy właściwości mostkowych przetworników P/f. Podstawą tej klasyfikacji jest postać warunku równowagi i wynikające z niej dwa równania: pierwsze, określające zależność częstotliwości w stanie równowagi od parametrów czujnika oraz drugie, określające wartość parametru zmiennego  $Z_p$ , zapewniającą zrównoważenie mostka. Wykorzystanie tej metody pozwala na ocenę przydatności układów mostków czteroramiennych do zastosowania w przetwornikach typu P/f.

Liczba możliwych struktur mostków czteroramiennych, które można równoważyć przez zmianę częstotliwości, jest znaczna. Przyjmując założenie, że w układzie mogą wystąpić jedynie rezystancje lub pojemności, oraz że ilość elementów w każdej gałęzi nie jest większa niż dwa (bardziej złożone gałęzie zawsze można do takiej postaci sprowadzić), przeanalizowano kilka układów. Do analizy przyjęto oznaczenia poszczególnych elementów w układzie mostka czteroramiennego, tak jak pokazano na rys.3.



Rys. 3. Ogólna struktura analizowanych układów mostków  
Fig. 3. Base structure of analysed bridges

Warunek równowagi można ogólnie zapisać w postaci:

$$Z_1 Z_2 = Z_3 Z_4, \quad (1)$$

gdzie  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$  i  $Z_4$  są impedancjami w poszczególnych ramionach mostka.

W tabeli 1 scharakteryzowano wybrane układy mostków. Na podstawie równania (1), przez podstawienie parametrów odpowiednich dla każdej z badanych struktur wyprowadzono dwa warunki równowagi. Pierwszy, podany w kolumnie 3, określa częstotliwość napięcia zasilającego, przy której następuje zrównoważenie mostka. Zależność tej częstotliwości od wartości parametrów niektórych elementów, z których każdy może być czujnikiem, stanowi charakterystykę przetwarzania przetwornika P/f. Drugi, podany w kolumnie 5, podaje zależności pomiędzy parametrami elementów dla osiągnięcia pełnego zrównoważenia. Obydwa warunki muszą być spełnione jednocześnie, co sprawia, że układ automatycznego zrównoważenia mostka musi zapewniać jednoczesną regulację częstotliwości napięcia zasilającego i wartości jednego z parametrów w układzie. Jest to więc układ dwuwymiarowy, a przez to skomplikowany.

Tabela 1

Lp.	Układ	Częstotliwość równowagi	$Z_p$	Drugi warunek równowagi	$Z_x$
1	2	3	4	5	6
1		$f_r^2 = \frac{1}{4\pi^2 C_2 C_4 R_2 R}$	$R_1,$ $R_3$	$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_4}{R_2} + \frac{C_2}{C_4}$	--
2		$f_r^2 = \frac{1}{4\pi^2 C_3 C_4 R_3 R_4}$	$R_1,$ $C_2$	$\frac{R_1}{C_2} = \frac{R_4}{C_3} + \frac{R_3}{C_4}$	--
3		$f_r^2 = \frac{1}{4\pi^2 C_2 C_4 R_2 R}$	$C_1$ $C_3$	$\frac{C_3}{C_1} = \frac{R_4}{R_2} + \frac{C_2}{C_4}$	--
4		$f_r^2 = \frac{1}{4\pi^2 C_3 C_4 R_3 R}$	$R_1,$ $C_2$	$\frac{C_2}{R_1} = \frac{C_3}{R_4} + \frac{C_4}{R_3}$	--
5		$f_r^2 = \frac{1}{4\pi^2 R_3 R_4} \left( \frac{1}{C_3 C_4} - \frac{1}{C_1 C_2} \right)$	$R_2,$	$\frac{R_2}{C_1} = \frac{R_3}{C_4} + \frac{R_4}{C_3}$	$C_2$
6		$f_r^2 = \frac{1}{4\pi^2 C_3 R_4} \left( \frac{1}{R_3 R_4} - \frac{1}{R_1 R_2} \right)$	$C_2$	$\frac{C_2}{R_1} = \frac{C_3}{R_4} + \frac{C_4}{R_3}$	$R_2$
7		$f_r^2 = \frac{1}{4\pi^2 C_2 R_4} \left( \frac{1}{R_2 C_4} - \frac{1}{C_1 R_3} \right)$	$C_3$	$\frac{C_3}{C_1} = \frac{R_4}{R_2} + \frac{C_2}{C_4}$	$R_3$
8		$f_r^2 = \frac{1}{4\pi^2 C_3 R_2} \left( \frac{1}{R_3 C_2} - \frac{1}{R_1 C_4} \right)$	$R_4$	$\frac{R_4}{R_1} = \frac{R_2}{R_3} + \frac{C_3}{C_2}$	$C_4$

cd. tabeli 1

1	2	3	4	5	6
<p>W kolejnych kolumnach tabeli podano:</p> <p>(2) szczegółowy schemat układu mostka,</p> <p>(3) wartość częstotliwości zapewniającą równowagę mostka — charakterystyka przetwarzania,</p> <p>(4) element nie występujący w równaniu z kolumny 3 — ozn. to, że ten element najdogodniej jest wykorzystać jako parametr sterowany przez układ równoważenia mostka (<math>Z_p</math> na rys. 1), ponieważ pozwala to uzyskać niezależność równoważenia,</p> <p>(5) warunek określający wartość parametru sterowanego, przy której zachodzi pełna równowaga mostka (<math>U_0 = 0</math>),</p> <p>(6) element brakujący w równaniu z kolumny 5 — element ten nie może być sterowany przez układ równoważenia, natomiast dogodnie jest wykorzystać go jako czujnik parametryczny, ponieważ równoważenie mostka może wówczas odbywać się niezależnie.</p>					

Analizowane układy można podzielić na dwie grupy. Grupa pierwsza (wiersze 1, 2, 3 i 4 w tabeli 1) to mostki, wymagające równoważenia zarówno przez zmianę częstotliwości, jak i parametru jednego z elementów, ponieważ parametry wszystkich elementów występują w warunku równowagi (kolumna 5). Przez zmianę jedynie częstotliwości można doprowadzić układ do stanu quasi-równowagi, w którym napięcie nierównowagi  $U_0$  osiąga wartość minimalną, jednak różną od zera. Aby częstotliwość odpowiadająca temu stanowi była zależna od parametru czujnika, nie może nim być element wymieniony w kolumnie 4. Z postaci równań w kolumnie 5, wyrażających drugi warunek równowagi, wynika jednak, że przez dobór odpowiednich proporcji wartości elementów układu można osiągnąć praktyczną niezależność wartości regulowanego parametru ( $Z_p$ ) od wartości parametru czujnika. Na przykład, dla układu nr 1, przy stosowaniu czujnika pojemnościowego  $C_2$  ( $C_{2min}$ ,  $C_{2max}$ ), dobierając  $R_4/R_2 \gg C_{2max}/C_4$ , uzyskuje się niezależność wartości parametru elementu regulowanego ( $R_1$  lub  $R_3$ ) od parametru czujnika. Bardziej szczegółowe wyniki analizy ilościowej dla tego układu, jako reprezentanta układów z grupy pierwszej, podano w punkcie 3.1.

Do grupy drugiej należą układy pokazane w wierszach 5, 6, 7 i 8 tabeli 1. Z przedstawionych równań równowagi wynika, że istnieją takie elementy, które nie wpływają na drugi warunek równowagi, pozostając jednak w równaniu określającym częstotliwość równowagi. Jeżeli tego typu element zostanie wybrany jako czujnik parametryczny, możliwe jest pełne zrównoważenie układu jedynie poprzez zmianę częstotliwości. Wyniki analizy ilościowej układu nr 8, należącego do tej grupy, podano w punkcie 3.2.

### 3. CHARAKTERYSTYKA WYBRANYCH UKŁADÓW MOSTKOWYCH JAKO PRZETWORNIKÓW P/F

Błędy odwzorowania parametru czujnika w częstotliwość za pomocą omawianych mostkowych przetworników P/f wynikają z następujących czynników:

- ograniczonej pobudliwości detektora zera,
- zmian wartości zastosowanych elementów (wpływ temperatury, czasu itp.),
- odkształceń napięcia zasilającego układ mostka od kształtu sinusoidalnego (wyższe harmoniczne),
- wpływu napięć indukowanych wskutek zakłóceń elektromagnetycznych,
- pasywnych pojemności, upływności i indukcyjności w układzie.

Czynniki b), c), d) i e) można ograniczyć przez właściwą konstrukcję układu oraz dobór elementów. Wpływ tych czynników nie jest przedmiotem niniejszej analizy.

Ze względu na ograniczoną pobudliwość detektora zera odchylenie częstotliwości napięcia zasilającego mostek o pewną minimalną wartość nie jest „zauważane” przez układ równoważenia. Układ ten jest w stanie doprowadzić częstotliwość do wartości leżącej wewnątrz przedziału, którego granice wynikają z ograniczonej pobudliwości detektora zera. Analogicznie zmiana parametru czujnika o pewną wartość, przy stałej częstotliwości zasilania mostka, może zostać „niezauważona” przez detektor zera. Ograniczona pobudliwość detektora zera jest więc przyczyną błędów przetwarzania wartości parametru czujnika na częstotliwość. Dla scharakteryzowania błędów granicznych wynikających z ograniczonej pobudliwości detektora zera dogodnie jest określić zależność stosunku napięcia nierównowagi  $u_0$  od odchylenia częstotliwości wokół częstotliwości równowagi lub od względnej zmiany parametru czujnika. Dogodnie jest wyrazić powyższe wielkości w miarach względnych. Wartości względne można zdefiniować jako:

$$u_0 = \frac{U_0}{U}, \quad u_p = \frac{U_p}{U} \quad \text{lub} \quad u_p = \frac{1}{K \cdot 2^n}, \quad \lambda = \frac{f - f_r}{f_r}, \quad p = \frac{P_x - P_r}{P_r}, \quad (2)$$

gdzie:

$U_0$  — bezwzględne napięcie nierównoważenia,

$U$  — napięcie zasilania mostka (rys.3),

$U_p$  — próg pobudliwości detektora zera,

$n$  — liczba bitów, w przypadku gdy w układzie równoważenia zastosowano przetwornik analogowo-cyfrowy,

$K$  — wzmocnienie wzmacniacza wstępnego w detektorze zera,

$f_r$  — częstotliwość równowagi mostka dla aktualnej wartości parametru czujnika  $P_r$ ,

$f$  — częstotliwość ustalana przez układ równoważenia w wyniku procesu równoważenia,

$P_r$  — wartość parametru czujnika dla stanu równowagi mostka,  $P_x$  — dowolna wartość tego parametru, niewiele różniąca się od wartości  $P_r$ .



Względne napięcie nierównowagi  $u_0$  w układzie mostkowym, które można obliczyć jako:

$$u_0 = \frac{U_{sz} - U_{sd}}{U} = f(\lambda, p_x), \quad (3)$$

jest funkcją względnej częstotliwości  $\lambda$  i względnej wartości parametru czujnika  $p_x$ .

Z charakterystyki  $u_0 = f(\lambda)$ , przy stałych wartościach parametrów elementów, wynika, w jakim przedziale częstotliwości detektor zera nie „zauważa” odstrojenia od stanu równowagi. Szerokość tego przedziału określa niepewność wyniku przetwarzania wynikająca z ograniczonej pobudliwości detektora zera. Analogicznie z charakterystyki  $u_0 = f(p_x)$ , uzyskanej przy  $\lambda = 0$ , można określić przedział zmian wartości parametru czujnika, nie „zauważanych” przez układ równoważenia. Przedziały te wyznaczają składowe niepewności przetwarzania parametru czujnika na częstotliwość.

Jeżeli wartość stosunku względnych napięć niezrównoważenia i pobudliwości detektora zera jest większa niż jeden, to układ równoważenia reaguje, powodując dostrojenie częstotliwości w celu zrównoważenia mostka. Wartością graniczną, określającą odpowiednie składowe niepewności, jest  $u_0/u_p = 1$ . W obliczeniach ilustrujących powyższe stwierdzenia obliczono  $u_0/u_p$ , przy założeniu że detektor zera ma względny próg pobudliwości równy  $10^{-6}$ . Należy zwrócić uwagę, że wartość ta wynika z iloczynu wzmocnienia wstępnego w detektorze zera i rozdzielczości zastosowanego przetwornika a/c. Założono stosowanie czujnika pojemnościowego, o pojemności zmiennej w zakresie (20100) pF. Parametry pozostałych elementów układu mostka dobrano tak, aby częstotliwość równowagi dla średniej wartości parametru czujnika była rzędu 100 kHz. Przy innych wartościach tych parametrów zmianie ulegają bezwzględne wartości częstotliwości równowagi i napięć niezrównoważenia, jednakże opisane niżej prawidłowości zostają zachowane.

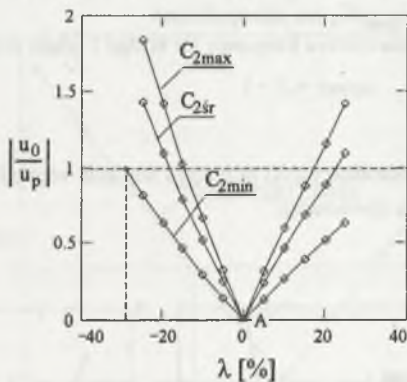
### 3.1. Charakterystyka układu nr 1

Rolę czujnika parametrycznego spełnia w tym przypadku kondensator  $C_2$ . Osiągnięcie pełnego zrównoważenia mostka opisanego w pierwszym wierszu tabeli 1 wymaga regulacji częstotliwości oraz jednego z parametrów układu. Przedstawione niżej wyniki uzyskano przyjmując sformułowane wcześniej założenie, że równoważenie odbywa się tylko poprzez zmianę częstotliwości. Wartość parametru dodatkowego przyjęto tak, aby mostek był w pełni zrównoważony dla jednej tylko wartości parametru czujnika odpowiadającej środkowi zakresu zmian ( $C_{2sr}$ ). Dla innych wartości parametru czujnika mostek może być zatem jedynie w stanie quasi-równowagi, tzn. napięcie nierównowagi osiąga wartość minimalną, lecz różną od zera.

Stosunek napięcia nierównowagi do progu pobudliwości (w obliczeniach założono  $u_p=10^{-6}$ ) określa zależność:

$$\frac{u_0}{u_p}(\lambda) = \frac{R_1}{R_1 + R_3} - \frac{1 - \lambda^2 + j2\pi f_r(C_2R_2 + C_4R_4)\lambda}{1 - \lambda^2 + j2\pi f_r(C_2R_2 + C_4R_4 + C_4R_2)\lambda} \quad (4)$$

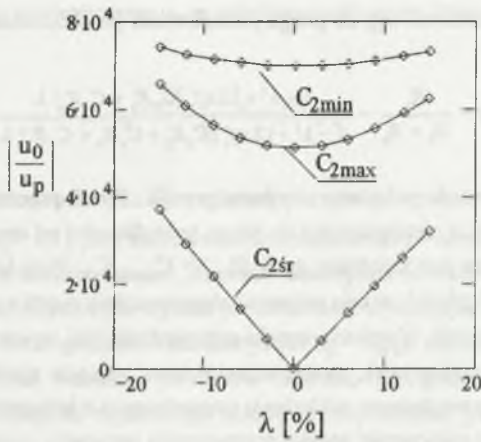
Na kolejnych rysunkach pokazano uzyskane wyniki. Rys.4 przedstawia zależności stosunku względnego napięcia nierównowagi do progu pobudliwości od częstotliwości względnej w sytuacji, gdy spełnione jest założenie, że  $R_4/R_2 \gg C_{2\max}/C_4$ . Przy takim założeniu, jak to wynika ze wzoru w kol. 5 tabeli 1, w celu pełnego zrównoważenia mostka praktycznie wystarczy zmieniać tylko częstotliwość. Uzyskane wyniki potwierdzają taki wniosek — patrz pkt A na rys.4. Jak wynika z charakterystyk, przekroczenie przez napięcie nierównowagi progu pobudliwości następuje przy względnym odchyleniu częstotliwości o kilkanaście do kilkudziesięciu procent — taka byłaby też niepewność wyniku przetwarzania parametru czujnika na częstotliwość. Aby niepewność tę zmniejszyć, należałoby zmniejszyć próg pobudliwości detektora zera.



Rys.4. Zależność napięcia nierównowagi od częstotliwości dla układu nr 1, przy spełnieniu założenia:  $R_4/R_2 \gg C_{2\max}/C_4$

Fig.4. Unbalance voltage versus relative frequency for bridge 1 when fulfilling the assumption  $R_4/R_2 \gg C_{2\max}/C_4$

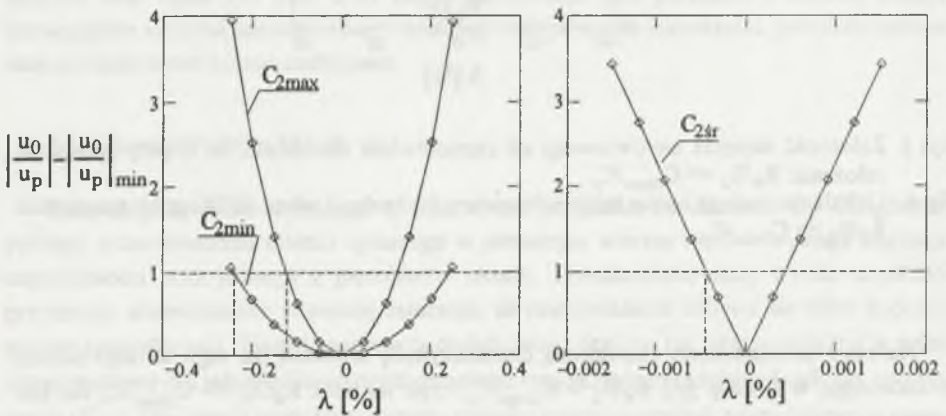
Na rys.5 przedstawiono analogiczną charakterystykę uzyskaną dla tego samego układu mostkowego, w sytuacji gdy  $R_4/R_2 = C_{2\max}/C_4$ , czyli warunek  $R_4/R_2 \gg C_{2\max}/C_4$  nie jest spełniony. Napięcie nierównowagi osiąga znaczne wartości nawet przy częstotliwości równej częstotliwości równowagi ( $\lambda = 0$ ) — z wyjątkiem wartości parametru czujnika odpowiadającej środkowi zakresu (co wynika z podanego wyżej założenia). Dla każdej wartości parametru czujnika napięcie nierównowagi ma wartość minimalną dla częstotliwości równowagi.



Rys.5. Zależność napięcia nierównowagi od częstotliwości dla układu nr 1, w przypadku gdy założenie  $R_4/R_2 \gg C_{2max}/C_4$  nie jest spełnione

Fig.5. Unbalance voltage versus relative frequency for bridge 1 when not fulfilling the assumption  $R_4/R_2 \gg C_{2max}/C_4$

Na rysunku 6 pokazano charakterystyki przyrostu napięcia względem napięcia minimalnego uzyskanego dla częstotliwości równowagi.

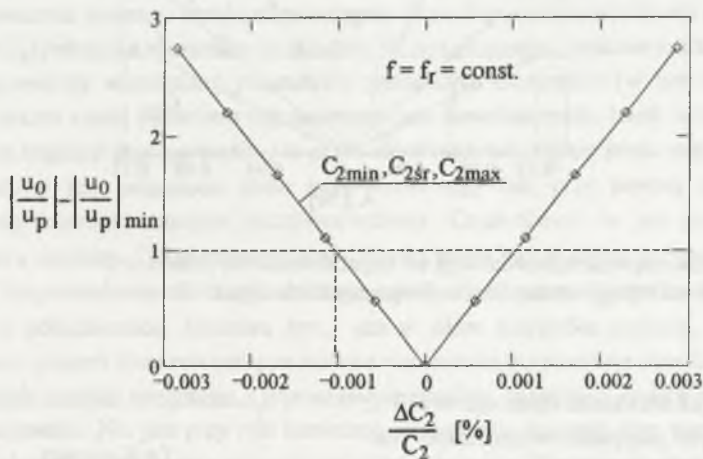


Rys.6. Zależność przyrostów napięcia nierównowagi od częstotliwości dla układu nr 1, w przypadku gdy założenie  $R_4/R_2 \gg C_{2max}/C_4$  nie jest spełnione

Fig.6. Increment of unbalance voltage versus relative frequency for bridge 1 when not fulfilling the assumption  $R_4/R_2 \gg C_{2max}/C_4$

W tym przypadku zmiany częstotliwości wyznaczające niepewność wyniku przetwarzania są na poziomie ułamków procenta, przy czym największe wartości (ok. 0,25%) uzyskuje się dla minimalnej wartości parametru czujnika. Dla wartości środkowej parametru czujnika, dla której układ jest w pełni zrównoważony, przedział niepewności jest o dwa rzędy mniejszy. Wykorzystanie opisaney wyżej właściwości omawianego układu jest możliwe tylko w sytuacji, gdy układ równoważenia pracuje jako przyrostowy, tzn. równoważenie odbywa się nie na podstawie wartości napięcia niezrównoważenia, lecz na podstawie jego przyrostów powodowanych zmianami częstotliwości w kolejnych krokach równoważenia. Stan równowagi uzyskuje się wówczas, gdy zmiana częstotliwości nie powoduje zauważalnych przyrostów napięcia nierównowagi.

Charakterystyka zmian napięcia nierównowagi w funkcji zmian parametru czujnika, wyznaczona przy tych samych parametrach układu i dla częstotliwości równej częstotliwości równowagi ( $\lambda = 0$ ), pokazana jest na rys.7. Wynika z niej, że czułość układu na zmiany parametru czujnika jest znacznie większa niż czułość na zmiany częstotliwości.



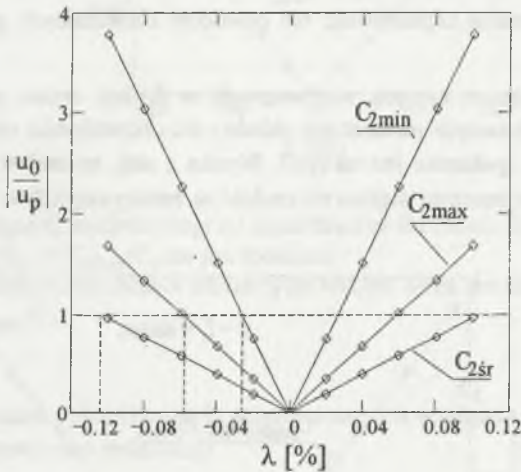
Rys.7. Napięcie nierównowagi w funkcji zmian parametru czujnika dla układu nr 1  
Fig.7. Unbalance voltage versus relative changes of sensor capacitance for bridge 1

### 3.2. Charakterystyka układu nr 8

Jak wynika ze wzoru w kolumnie 5 tabeli 1, dla tego układu możliwe jest równoważenie tylko przez zmianę częstotliwości, w przypadku gdy jako czujnik parametryczny wybrany zostanie kondensator  $C_4$ . Parametry pozostałych elementów w układzie powinny być dobrane

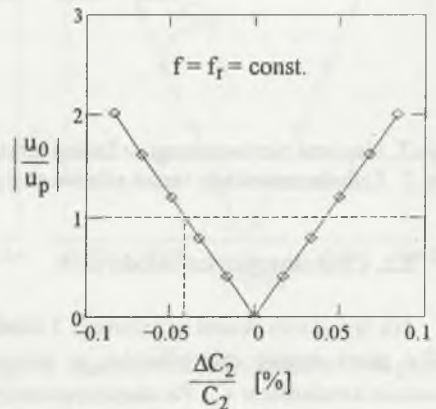
według wspomnianego wyżej wzoru, a także wzoru z kolumny 3, określającego charakterystykę przetwarzania. Napięcie nierównowagi wyraża się w tym przypadku zależnością:

$$\frac{u_0}{u_p}(\lambda) = \frac{R_1}{R_1 + \frac{R_2}{1 + j2\pi f_r C_3 \lambda}} - \frac{R_4 + \frac{1}{j2\pi f_r C_4 \lambda}}{R_4 + R_2 + \frac{1}{j2\pi f_r C_4 \lambda} + \frac{1}{j2\pi f_r C_2 \lambda}} \quad (5)$$



Rys.8. Zależność napięcia nierównowagi od częstotliwości dla układu nr 8  
Fig. 8. Unbalance voltage versus relative frequency for bridge 8

Podobnie jak dla układu opisanego w p. 3.1, również w tym przypadku wyznaczono charakterystyki względnego napięcia niezrównoważenia od zmian częstotliwości i zmian parametru czujnika. Odpowiednie wykresy pokazano na rys. 8 i 9.



Rys.9. Zależność napięcia nierównowagi od zmian parametru czujnika nr 8  
Fig. 9. Unbalance voltage versus relative changes of sensor capacitance for bridge 8

Uzyskane wyniki wskazują, że wartość niepewności przetwarzania ze względu na odchylenie częstotliwości jest nieco mniejsza niż w przypadku układu nr 1, natomiast wymagane zmiany parametru czujnika powodujące zauważalne zmiany napięcia nierównowagi są znacznie większe — czułość na zmiany częstotliwości jest tego samego rzędu co czułość na zmiany parametru czujnika. W tym przypadku nie jest konieczne zastosowanie układu różnicowego w układzie równoważenia.

#### 4. PODSUMOWANIE

Istnieje szereg struktur mostków czteroramiennych zależnych od częstotliwości, przydatnych do zastosowania w przetwornikach typu „parametr/częstotliwość”. Wybór struktury podyktowany może być typem stosowanego czujnika parametrycznego lub innymi czynnikami. Układy te można podzielić na dwie grupy.

Grupa pierwsza to układy, dla których stan pełnego zrównoważenia (tzn. uzyskanie napięcia niezrównoważenia równego zero) można osiągnąć przez dobranie częstotliwości oraz wartości parametru ( $Z_p$ ) jednego z elementów w układzie. W tym przypadku możliwe jest takie dobranie proporcji pomiędzy wartościami parametrów pozostałych elementów (w tym czujnika), że pożądany zakres zmian parametru regulowanego jest dowolnie mały. Jeżeli w takiej sytuacji zaniecha się regulacji tego parametru, to przez równoważenie jedynie przez zmianę częstotliwości możliwe jest osiągnięcie stanu quasi-równowagi, tzn. przy pewnej częstotliwości uzyskuje się minimum napięcia niezrównoważenia. Częstotliwość ta jest proporcjonalna do parametru czujnika. Układ równoważenia mostka może być w takim przypadku znacznie prostszy. Przeprowadzone obliczenia wskazują jednak, że niepewność wyniku, powodowana ograniczoną pobudliwością detektora zera, jest w takim przypadku znaczna, może sięgać kilkudziesięciu procent. Znacznie mniejsze wartości niepewności (na poziomie ułamków procenta) można jednak uzyskać rezygnując z wymagania minimalnej zmienności dodatkowego regulowanego parametru. Nie jest przy tym konieczne zapewnienie regulacji tego parametru, o ile w układzie równoważenia mostka zastosuje się układ różnicowy. Napięcie nierównowagi osiąga wówczas znaczne wartości, jednakże osiąga również znacznie większe przyrosty przy takich samych zmianach częstotliwości lub parametru czujnika.

Dla układów drugiej grupy, przez odpowiednie wybranie elementu stanowiącego czujnik, możliwe jest uzyskanie pełnej równowagi przez regulację wyłącznie częstotliwości. Niepewność wyniku przetwarzania jest tego samego rzędu co w przypadku układów z grupy pierwszej, przy optymalnie dobranych wartościach parametrów elementów.

Podane w punkcie 3 wartości niepewności uzyskano przy założeniu określonego progu pobudliwości detektora zera. Przez obniżenie tego progu w każdym z omówionych przypadków możliwe jest odpowiednie proporcjonalne obniżenie niepewności.

W przedstawionych rozważaniach uwzględniono założenie, że parametry resztkowe czujnika i pozostałych elementów mostka (pojemność i indukcyjność doprowadzeń) są pomijalnie małe. Przez odpowiednią konstrukcję czujnika oraz układu mostkowego można zredukować wpływ tych czynników, nie jest możliwe ich całkowite wyeliminowanie. Podane wartości niepewności przetwarzania obrazują właściwości „idealnych” mostków; należy je traktować jedynie porównawczo, pozwalają bowiem na wybór samej struktury mostka i zasady działania odpowiedniego układu równoważenia.

## LITERATURA

1. Schollmeyer H.: A digital AC bridge as an impedance to frequency converter. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. IM-34 no.3, september 1985.
2. Rimkus W.: Ein berührungsfreier, kapazitiver Abstandsensor mit integrierte Elektronik. Materiały symposium Tagungsband NTG/GMR fachtagung Sensoren-Technologie und Anwendung, Bad Nauheim 1982.
3. Schollmeyer H., Trenkler G.: Frequenzverschlossene digitale Brücke für Widerstandsthermometer. Materiały Sensor'83 Konferenz, Basel 1983.
4. Owen E.W.: Converting measured quantities into frequency by means of self-balancing bridges. Materiały IMEKO Symposium on Computing Measurements, Dubrownik 1981.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Michał Szyper

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 kwietnia 1998 r.

## Abstract

The frequency is included in the balance relationship of many types of AC bridges. Such types of bridges can be applied as parameter-to-frequency measuring converters. Advantages of frequency dependent AC bridges can be pointed. The most important of them are: suitability for realization as integrated circuit, possibility for integration with a parametric sensor, good linearity, high sensitivity, short response time (when self-balancing is applied). The uncertainty of parameter-to-frequency conversion realized by means of self-balancing AC bridges, depends on many factors: stability of used elements, distortion of AC supply source, dissipation parameters, electromagnetic disturbance and noise voltages, sensitivity of zero-detector. In this paper influence of the last factor is considered.

Applying the classification method presented in [4], eight types of frequency dependent bridges have been analysed (see Tab. 1). Starting from their balance relationships for each kind

of bridge two balance conditions have been derived: the equations for balance frequency and the second balance conditions as a relation between parameters of bridge elements. To balance each kind of bridge both of these conditions have to be satisfied. The obtained set of conditions is given in table 1, columns 3 and 5. When analysing these conditions it may be stated, that there exist two groups of bridges. For the first group (bridges 1 to 4 in Tab. 1), except controlling the frequency, to balance the bridge fully it is necessary to control an additional parameter given in column 3 - this is because all parameters are included in the second balance condition. For the second group of bridges (5 to 8 in Tab. 1) it is not necessary to control any additional parameter, because there exists a parameter (given in col. 6), which is not included in the second balance condition.

It is evident, that the balancing circuit can be much simpler for bridges from the second group, because only the control of frequency is required to balance the bridges. Such a type of bridge can have small uncertainty, limited by the discrimination threshold of the zero-detector in the balancing circuit. Results of some calculations are presented in Figs.8 and 9.

The possibility of balancing bridges from the first group by controlling only the frequency has been considered. It may be concluded, that in this case it is possible to obtain a good result when the balancing circuit operates as an incremental one. It means, that not the value of unbalance voltage ( $U_0$  in Fig. 1) should be treated as input signal of the balancing circuit, but changes of this voltage in successive steps of balancing. Results of the uncertainty calculations, obtained under such an assumption, are shown in Figs.6 and 7. The uncertainty level is the same as for the bridges from the other group.



Józef PARCHAŃSKI  
Dwayne DAVID  
Politechnika Śląska

## ZMODYFIKOWANE OGNIWO TYPU F-100 JAKO PRZETWORNIK NAPRĘŻENIA I SIŁY

**Streszczenie.** Metodą elementów skończonych obliczono wartość naprężenia  $\sigma_x$  w kierunku osi X modelu ogniwa typu F-100 ze sfrezowanymi ścianami wewnętrznymi. Wykonano przetwornik naprężenia  $\sigma_x$  i siły F działającej w osi ogniwa oraz przeprowadzono jego badania laboratoryjne. Wyniki doświadczalne porównano z wynikami badań symulacyjnych podanych w artykułach [1], [2], [3] oraz w tej pracy. Wyznaczono współczynniki umożliwiające obliczenie naprężenia w ogniwie oryginalnym na podstawie pomiarów napięcia  $U_1$  i  $U_2$  przetwornika naprężenia.

### A MODIFIED F-100 CHAIN LINK AS A STRESS AND FORCE TRANSDUCER

**Summary.** The  $\sigma_x$  stress values in the direction of the X axis of an F-100 chain link model, milled on its internal walls, were calculated using the finite element method. A transducer used to measure the stress  $\sigma_x$  and force F acting along the axes of the chain link was developed and tested in the laboratory. The results of these laboratory tests were then compared with the results of computer simulations as given in papers [1], [2], [3] as well as in this paper. Coefficients which enable the calculation of the stress in the original chain link on the basis of the  $U_1$  and  $U_2$  of the stress transducer were determined.

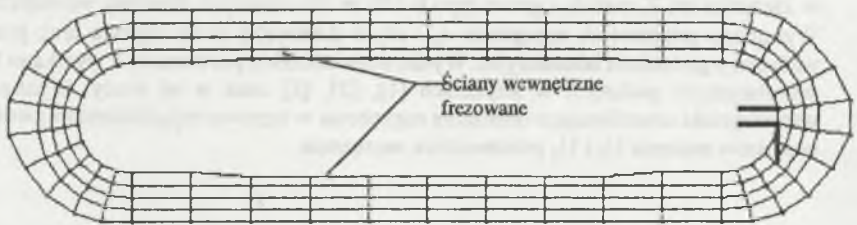
#### 1. WSTĘP

Jak wyjaśniono w artykule [1], pęknięcie ogniwa łańcucha pociągowego powoduje zatrzymanie przenośnika i przerwę w produkcji, która jest przyczyną dużych strat zakładu produkującego samochody. Aby określić bezpośrednią przyczynę zerwania łańcucha, należy zmierzyć wartość siły działającej w łańcuchu w każdym miejscu toru przenośnika oraz zmierzyć największe wartości naprężenia w ogniwie. Podczas przemieszczania się ogniwa po rolkach na jego ściany zewnętrzne, dolne lub górne działają duże naciski. Jedynie wewnętrzne ściany wewnętrznego ogniwa łańcucha nie są na nie narażone. Umożliwia to wykonanie przetwornika naprężenia  $\sigma$  i siły F, np. przez naklejenie tensometrów na wewnętrznych ścianach ogniwa.

Aby zabezpieczyć naklejone tensometry przed uszkodzeniem mechanicznym, a równocześnie umożliwić montaż tak wykonanego przetwornika w łańcuchu, sfrezowano wewnętrzne ściany ogniwa, zdejmując warstwę o grubości około 0,65 mm. Po naklejeniu tensometrów na sfrezowanych powierzchniach zabezpieczono je za pomocą cienkiej blachy przed uszkodzeniem podczas montażu ogniwa w łańcuchu badanym.

Sfrezowanie wewnętrznych ścian ogniwa zmienia jego kształt i przekrój poprzeczny. Staje się on inny niż w przypadku ogniwa oryginalnego analizowanego w pracach [1], [2] i inny niż w przypadku ogniwa dwustronnie sfrezowanego – badanego w pracy [3].

Zatem, podobnie jak w pracach [1], [2] i [3], opracowano model cyfrowy ogniwa ze sfrezowanymi ścianami wewnętrznymi, jak to pokazano na rys. 1.



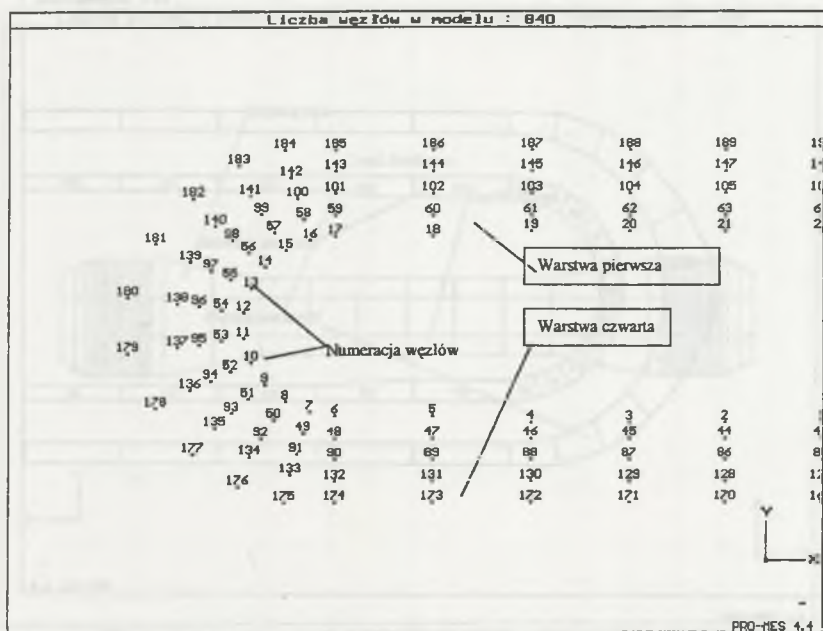
Rys. 1. Widok ogniwa z dołu, pokazujący miejsca sfrezowanych ścian wewnętrznych  
Fig. 1. Bottom view of chain link showing the milled internal walls

## 2. WYNIKI KOMPUTEROWEJ SYMULACJI NAPRĘŻENIA ROZCIĄGAJĄCEGO W WYBRANYCH MIEJSCACH OGNIWA ZE SFREZOWANYMI ŚCIANAMI WEWNĘTRZNYMI

Dla skrócenia czasu obliczeń cyfrowy model ogniwa podzielono na 4 warstwy (rys.2) zamiast na 6 warstw jak w pracach [1], [2] i [3]. Model jednostronnie sfrezowanego wewnętrznego ogniwa F-100 podzielono na 504 elementy i określono 840 węzłów. Podparto 8 węzłów i zadano ciśnienie odpowiadające sile 20 kN, działającej na elementy 11, 53 i 92 tworzące wewnętrzną powierzchnię na łuku ogniwa.

Rysunki 1 + 4 przedstawiają podział i numerację wybranych elementów, węzłów, warstw i części modelu ogniwa ze sfrezowanymi ścianami wewnętrznymi.

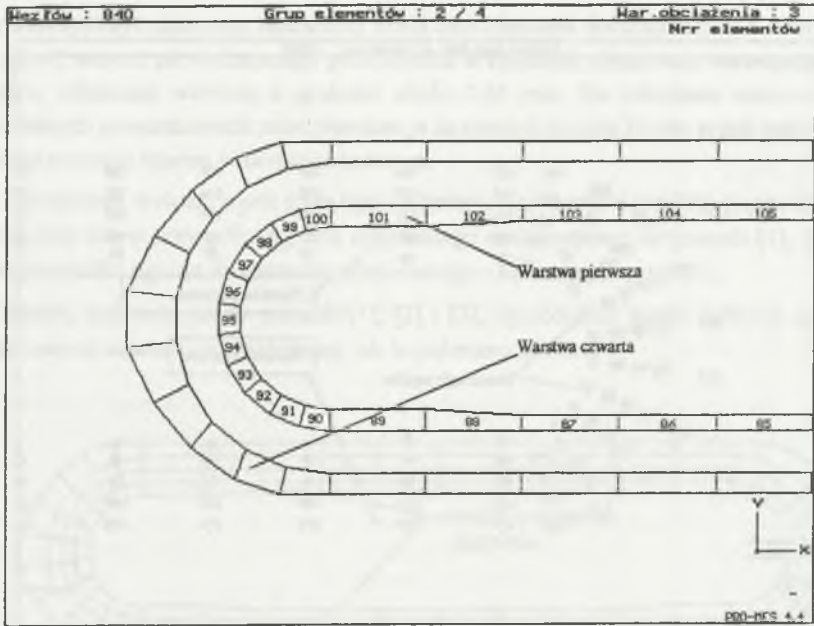
Przekrój poprzeczny wewnętrznie sfrezowanych prostych odcinków modelu ogniwa jest o około 7,1% mniejszy niż przekrój poprzeczny prostych odcinków modelu ogniwa oryginalnego.



Rys.2. Podział ogniwa na warstwy i węzły – część środkowa lewej połowy ogniwa, widok od dołu. Widok z góry jest identyczny, lecz numeracja węzłów inna

Fig.2. Subdivision of the chain link into layers and nodes – the lower part of the left half is shown from the bottom. The top view is identical, except for the node numbers

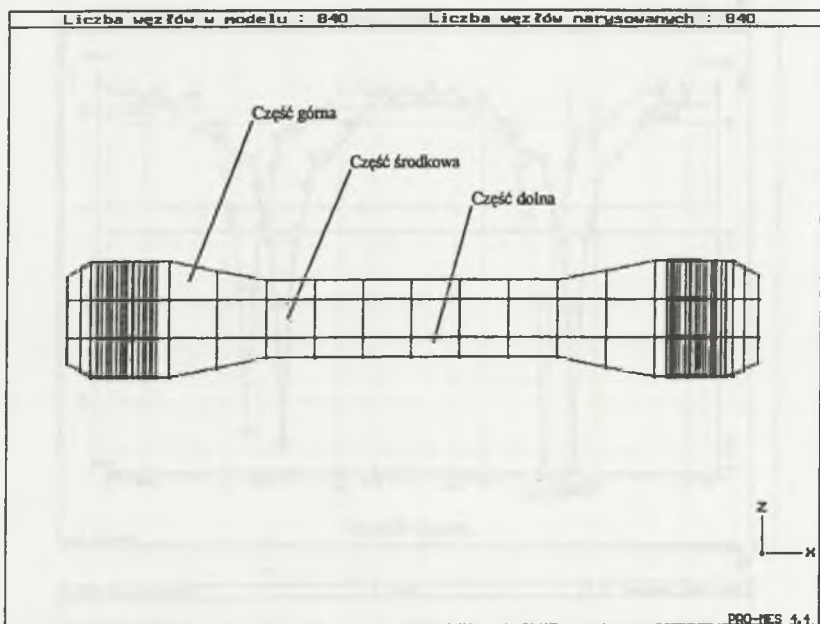
W pracy [1] wykazano, że wartości naprężeń rozciągających  $\sigma_y$  w kierunku osi Y i  $\sigma_z$  w kierunku osi Z na prostych odcinkach są małe lub prawie zerowe. Naprężenie  $\sigma_x$  w górnej części ogniwa ma praktycznie takie same wartości jak w części dolnej. W pracy [2] wykazano, że wartości naprężeń ścinających  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yz}$  i  $\tau_{zx}$  nie mają znaczącego wpływu na trwałość ogniwa typu F-100. Również rozłożenie wartości naprężenia zredukowanego wg hipotezy Hubera nie odzwierciedla rozłożenia miejsc pęknięcia ogniwa. Największy wpływ na awaryjność łańcucha ma naprężenie rozciągające  $\sigma_x$  działające w osi X, zgodnej z osią symetrii ogniwa. Z tych względów w tym artykule na rys.5 i 6 przedstawiono tylko wykresy  $\sigma_x$  na wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni części dolnej i środkowej ogniwa F-100 ze sfrezowanymi ścianami wewnętrznymi.



Rys.3. Podział ogniwa na elementy – część środkowa lewej połowy ogniwa. Warstwa pierwsza ponumerowana – dla pozostałych warstw układ jest identyczny. Elementy od 1÷42 – część dolna, 43÷84 – część środkowa, 85÷126 – część górna

Fig.3. Subdivision of the chain link into elements – the lower part of the left half is shown. The first layer is numbered – the layout of the remaining layers is identical. Elements no. 1÷42 form the lower part, 43÷84 form the middle part and 85÷126 form the upper part of the chain link

Z porównania wartości naprężenia rozciągającego  $\sigma_x$  obliczonych dla modelu ogniwa ze sfrezowanymi ścianami wewnętrznymi (rys.5 i 6) z wartościami  $\sigma_x$  obliczonymi dla modelu ogniwa oryginalnego przedstawionymi w pracy [1] na rys. 5a, 6a, 15a i 16a wynika, że naprężenie  $\sigma_x$  w miejscach podparcia i miejscach działania ciśnienia na ogniwo ma praktycznie takie same wartości. Natomiast wartość naprężenia rozciągającego  $\sigma_x$  na powierzchni wewnętrznej na prostych odcinkach modelu ogniwa ze sfrezowanymi ścianami wewnętrznymi są większe niż w ogniwie oryginalnym o około 11% w części dolnej oraz około 9% w części środkowej. Odpowiednio wartości naprężenia  $\sigma_x$  na ścianie między warstwami drugą i trzecią modelu ogniwa ze sfrezowanymi ścianami wewnętrznymi są większe niż w ogniwie oryginalnym o 11,4% w części dolnej oraz o około 10% w części środkowej. Naprężenie  $\sigma_x$  na zewnętrznej powierzchni modelu ogniwa ze sfrezowanymi ścianami wewnętrznymi są mniejsze niż w ogniwie oryginalnym o około 1,5% w części dolnej oraz mniejsze o około 3% w części środkowej.

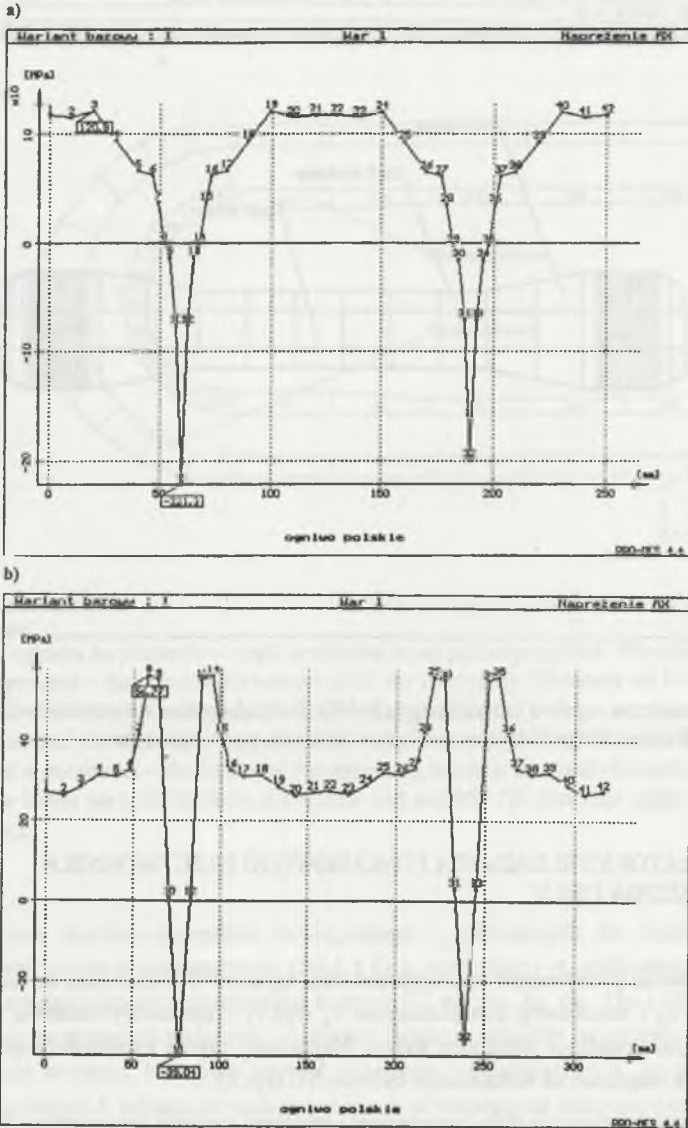


Rys.4. Wewnętrzne ogniwo łańcucha typu F-100. Podział ogniwa na części – widok z boku  
 Fig.4. Subdivision of the F-100 internal chain link into parts – side view

### 3. LABORATORYJNE BADANIA POMIAROWEGO PRZETWORNIKA NAPRĘŻENIA I SIŁY

Po oszlifowaniu sfrezowanych wewnętrznych ścian ogniwa F-100 naklejano na nich tensometry pomiarowe  $T_p$  i tensometry kompensacyjne  $T_k$  (rys.7). Tensometry stanowią rezystancyjne dzielniki napięcia zasilane napięciem stałym. Napięciowy sygnał z dzielników poprzez układy elektroniczne włączono na woltomierze cyfrowe VC (rys.8).

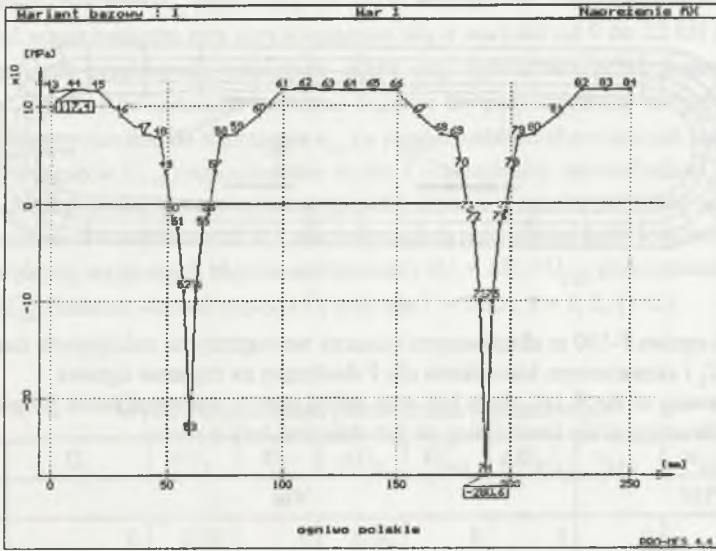
Wykonany elektroniczny układ pomiarowy umożliwia zasilanie tensometrów typu RL 120/6 napięciem stałym  $U = 4,98 \pm 0,01$  V. Wykonane dwa wzmacniacze pomiarowe umożliwiają jednakowe wzmocnienie  $K_u = 1000 \pm 1$  napięć na wyjściach obu dzielników napięcia. Zatem czułość obu układów jest jednakowa —  $S_1 = S_2 = S$ .



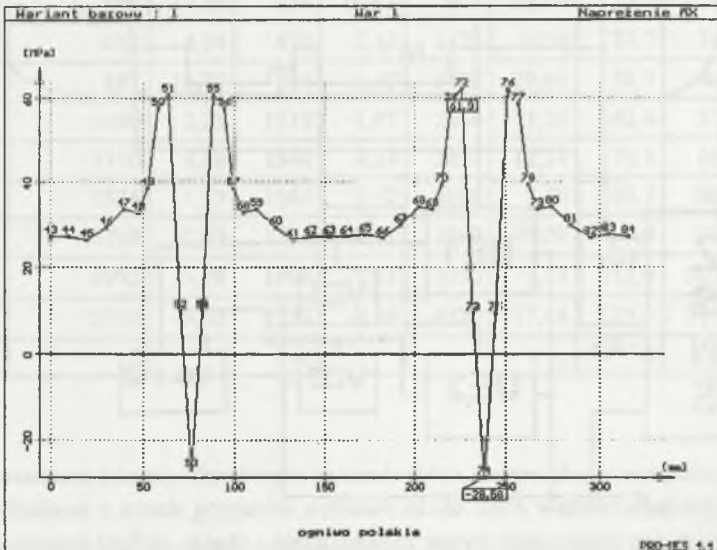
Rys.5. Wykresy naprężenia rozciągającego  $\sigma_x$  dolnej części cyfrowego modelu ogniwa ze sfrezowanymi ścianami wewnętrznymi: a) na wewnętrznej powierzchni pierwszej warstwy, b) na zewnętrznej powierzchni czwartej warstwy

Fig.5. The longitudinal stress  $\sigma_x$  in the lower part of the digital chain link model, milled on its internal walls: a) stress on the internal surface of the first layer, b) stress on the external surface of the fourth layer

a)

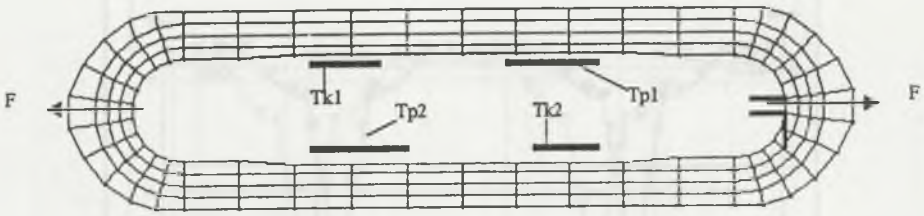


b)



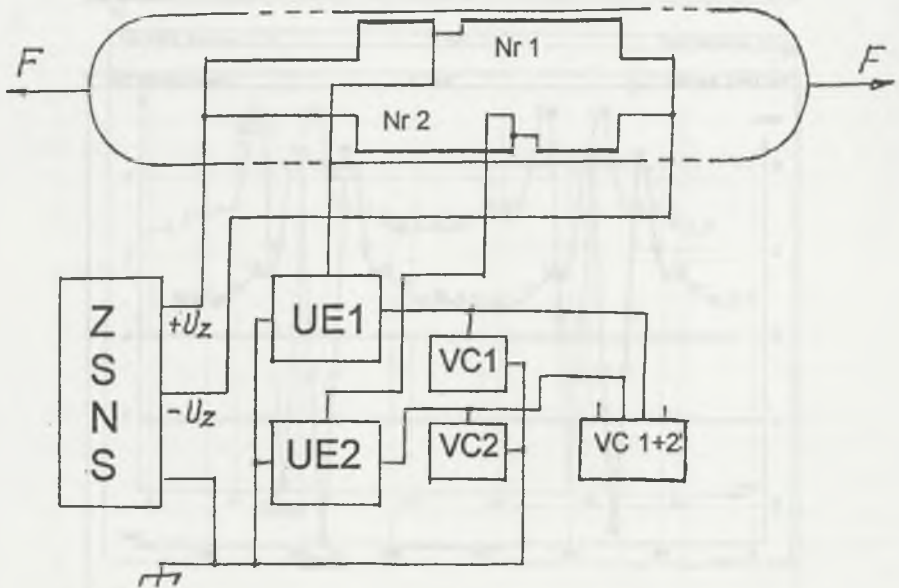
Rys.6. Wykresy naprężenia rozciągającego  $\sigma_x$  środkowej części cyfrowego modelu ogniwa ze sfilezowanymi ścianami wewnętrznymi: a) na wewnętrznej powierzchni pierwszej warstwy, b) na zewnętrznej powierzchni czwartej warstwy

Fig.6. The longitudinal stress  $\sigma_x$  in the middle part of the chain link model, milled on its internal walls: a) stress on the internal surface of the first layer, b) stress on the external surface of the fourth layer



Rys. 7. Szkic ogniwa F-100 ze sfrezowanymi ścianami wewnętrznymi, naklejonymi tensometrami  $T_p$  i  $T_k$  i zaznaczonym kierunkiem siły  $F$  działającej na trzpienie ogniwa

Fig. 7. A drawing of the F-100 chain link with milled internal walls and stress gauges attached. The direction of the force acting on the chain link bolt is shown



Rys 8. Idea uniwersalnego układu elektrycznego do wzorcowania przetwornika pomiarowego oraz do pomiarów naprężenia  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  oraz siły  $F$  rozciągającej ogniwo

Fig. 8. A universal electrical circuit used to calibrate the transducer as well as to measure the  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$  stresses and force  $F$  acting longitudinally on the chain link



Wykonany przetwornik, zbudowany na bazie wewnętrznie sfrezowanych ścian ogniwa F-100, przed wzorcowaniem trzy razy rozciągano siłą o wartości od 0 do 22 kN (tzw. trenowanie). Następnie przetwornik rozciągano znaną siłą, wytwarzaną przez maszynę wytrzymałościową ZD-10. Równocześnie mierzono napięcie  $U_1$  proporcjonalne do naprężenia  $\sigma_{x1}$ , napięcie  $U_2$  proporcjonalne do naprężenia  $\sigma_{x2}$  na powierzchniach sfrezowanych wewnętrznych ścian ogniwa i napięcie  $U_{1+2}$  proporcjonalne do siły  $F$  rozciągającej osiowo badany przetwornik pomiarowy. Średnie arytmetyczne wartości napięć  $U_i$  z trzech wyników pomiarowych i wartości bezwzględnych błędów nieliniowości  $\Delta U_i$ , obliczone metodą najmniejszej sumy kwadratów podano w tabeli 1. Wykresy względnych błędów nieliniowości  $\delta U_i = \Delta U_i / U_{i20}$  przedstawiono na rys.9, przy czym  $U_{i20}$  oznacza wartość napięcia  $U_i$  przy sile  $F = 20\text{kN}$ ,  $I = 1, 2, (1+2)$ .

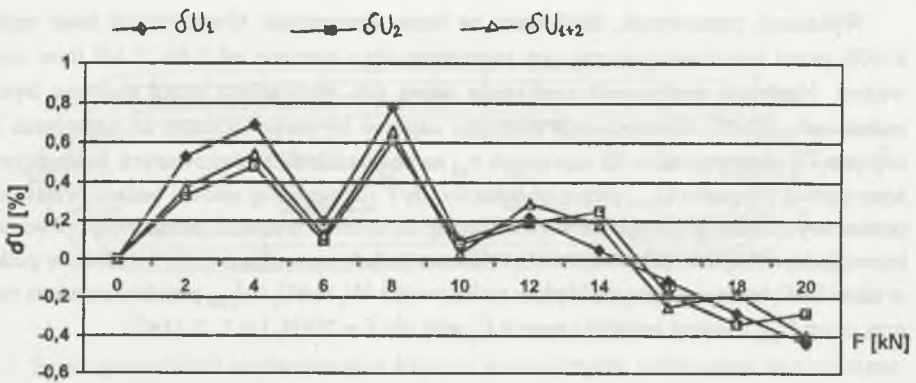
Wyniki wzorcowania przetwornika pomiarowego

Tabela 1

Lp.	F	$U_1$	$\Delta U_1$	$U_2$	$\Delta U_2$	$U_{1+2}$	$\Delta U_{1+2}$	$\sigma_{x1p}$	$\sigma_{x10}$	$\sigma_{x40}$
	kN	mV						MPa		
1	0	0	0,00	0	0,00	0	0	0	0	0
2	2	229	11,45	230	7,37	456	16,25	13,0	11,9	3,13
3	4	450	14,89	456	10,75	903	23,50	25,7	23,6	6,19
4	6	657	4,34	670	2,12	1325	5,76	37,7	34,6	9,09
5	8	887	16,79	904	13,50	1788	29,01	50,9	46,7	12,3
6	10	1090	2,23	1115	1,87	2200	1,26	62,6	57,4	15,1
7	12	1310	4,68	1340	4,24	2651	12,51	75,3	69,1	18,1
8	14	1524	1,13	1564	5,62	3086	7,76	87,7	80,4	21,1
9	16	1738	-2,43	1777	-4,01	3507	-10,98	99,9	91,6	24,1
10	18	1952	-5,98	1996	-7,63	3950	-7,73	112,0	103,0	27,0
11	20	2166	-9,53	2220	-6,26	4380	-17,48	125,0	115,0	30,1
12	0	2		-1		1		0		

Przeprowadzone pomiary laboratoryjne wykazały dobrą powtarzalność wyników (odchylenie średniokwadratowe z trzech pomiarów wynosiło około 0,6% wartości średniej). Wykazały także zadowalającą czułość układu i niezauważalny wpływ temperatury otoczenia na wyniki pomiarów w zakresie od 10°C do 30°C.

Różnice między wartościami napięcia  $U_1$  a  $U_2$  są spowodowane różnymi polami powierzchni przekroju poprzecznego wewnętrznie sfrezowanych prostych odcinków obu połówek ogniwa, na bazie którego wykonano pomiary przetwornik naprężenia i siły. Przyczynę różnych wymiarów wyjaśniono w artykule [4].



Rys.9. Wykresy względnych błędów nielineowości  $\delta U_1$ ,  $\delta U_2$ ,  $\delta U_{1+2}$  napięć  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_{1+2}$  w funkcji siły  $F$  rozciągającej przetwornik pomiarowy

Fig.9. Graphs of the relative non-linearity error  $\delta U_1$ ,  $\delta U_2$ ,  $\delta U_{1+2}$  of the voltages  $U_1$ ,  $U_2$  and  $U_{1+2}$  against the force  $F$  acting longitudinally on the measuring transducer

Średnia wartość naprężenia rozciągającego  $\sigma_{xavp}$  w kierunku osi  $X$  w przetworniku pomiarowym przy sile  $F$  wynosi

$$\sigma_{xavp} = \frac{F}{A_p}, \quad (1)$$

przy czym  $A_p$  jest zmierzonym polem powierzchni przekroju poprzecznego w środkowej części prostych odcinków ogniwa F-100 ze sfrezowanymi ścianami wewnętrznymi i wynosi  $260 \text{ mm}^2$ .

Współczynnik  $N_{1sp}$  określający stosunek naprężenia  $\sigma_{x1sp}$  na wewnętrznej powierzchni pierwszej warstwy przetwornika pomiarowego (rys.6a) do naprężenia średniego  $\sigma_{xavsp}$  w metodzie symulacyjnej (indeks  $s$ ) wynosi

$$N_{1sp} = \frac{\sigma_{x1sp}}{\sigma_{xavsp}}. \quad (2)$$

Określając z wykresów pracy [1] wartość naprężenia rozciągającego  $\sigma_{xso}$  w określonym miejscu ogniwa oryginalnego przy danej sile  $F$  oraz wartość naprężenia  $\sigma_{x1sp}$ , można obliczyć współczynnik pomiarowy  $K_{sp}$  ze wzoru

$$K_{sp} = \frac{\sigma_{xso}}{\sigma_{1sp}}. \quad (3)$$

Na przykład współczynnik  $K_{1sp}$  wyznaczony metodą symulacyjną

$$K_{1sp} = \frac{\sigma_{x1so}}{\sigma_{x1sp}}, \quad (4)$$

wyraża stosunek naprężenia rozciągającego  $\sigma_{x1so}$  na wewnętrznych powierzchniach modelu ogniwa oryginalnego do naprężenia  $\sigma_{x1sp}$  na wewnętrznych powierzchniach modelu przetwornika pomiarowego ze sfrezowanymi ścianami wewnętrznymi. Współczynnik

$$K_{4sp} = \frac{\sigma_{x4so}}{\sigma_{x1sp}}, \quad (5)$$

wyraża stosunek naprężenia  $\sigma_{x4so}$  na zewnętrznych powierzchniach modelu ogniwa oryginalnego do naprężenia  $\sigma_{x1sp}$ .

Czułość  $S_{\sigma_{x1sp}}$  pomiarowego przetwornika naprężenia, czyli stosunek średniej wartości napięcia  $U_1$  i  $U_2$  na wyjściu przetwornika do średniej wartości naprężenia  $\sigma_{x1p}$  na wewnętrznych ścianach przetwornika pomiarowego

$$S_{\sigma_{x1p}} = \frac{U_{1,2av}}{\sigma_{x1p}}, \quad (6)$$

obliczona na podstawie wzorów (1), (2) i (6) wynosi

$$S_{\sigma_{x1p}} = \frac{A_p}{F} \cdot \frac{\sigma_{xavsp}}{\sigma_{x1sp}} \cdot \frac{U_1 + U_2}{2}. \quad (7)$$

Na przykład, przy sile  $F = 20$  kN ze wzoru (1) otrzymuje się

$$\sigma_{xavp} = F / A_p = 20 \cdot 10^3 / 260 \cdot 10^{-6} = 76,9 \text{ MPa}.$$

Z wykresu podanego na rys.6a wyznacza się odpowiadające sile  $F = 20$  kN naprężenie na wewnętrznej powierzchni pierwszej warstwy  $\sigma_{x1sp} = 116$  MPa oraz naprężenie na zewnętrznej powierzchni czwartej warstwy  $\sigma_{x4sp} = 27,1$  MPa. Średnia wartość naprężenia w przetworniku pomiarowym wynosi

$$\sigma_{xavsp} = (\sigma_{x1sp} + \sigma_{x4sp}) / 2 = (116 + 27,1) / 2 = 71,6 \text{ MPa}.$$

Ze wzoru (2) oblicza się współczynnik

$$N_{1sp} = (\sigma_{x1sp} / \sigma_{xavsp}) = (116 / 71,6) = 1,62.$$

Z analogicznego wykresu jak podany w pracy [1] na rys.6a, lecz obliczonego dla modelu czterowarstwowego, wyznacza się odpowiadające sile  $F = 20$  kN naprężenie  $\sigma_{x1so} = 106,4$  MPa

na wewnętrznych powierzchniach oraz naprężenie  $\sigma_{x4so} = 27,9$  MPa na zewnętrznych powierzchniach modelu ogniwa oryginalnego.

Ze wzoru (4) oblicza się współczynnik

$$K_{1sp} = (\sigma_{x1so} / \sigma_{x1sp}) = (106,4 / 116) = 0,917,$$

a ze wzoru (5) współczynnik

$$K_{4sp} = (\sigma_{x4so} / \sigma_{x1sp}) = (27,9 / 116) = 0,241.$$

Ze wzoru (7) oblicza się natomiast czułość przetwornika pomiarowego

$$S_{\sigma x1p} = [(A_p/F) \cdot (\sigma_{xavsp} / \sigma_{x1sp}) \cdot (U_1 + U_2)/2] = [(260 \cdot 10^{-6} / 20 \cdot 10^3) \cdot (71,6/116) \cdot (2166 + 2220)/2],$$

$$S_{\sigma x1p} = 17,6 \text{ mV / MPa}.$$

Wartości naprężenia  $\sigma_{x1p}$  obliczone ze wzoru (6) oraz wartości naprężenia  $\sigma_{x1o}$  na wewnętrznych ścianach i naprężenie  $\sigma_{x4o}$  na zewnętrznych ścianach ogniwa oryginalnego obliczone na podstawie wzorów (4) i (5), czyli

$$\sigma_{x1p} = [(U_1 + U_2) / (2 \cdot S_{\sigma x1p})] = [(U_1 + U_2) / 35,2],$$

$$\sigma_{x1o} = K_{1sp} \cdot \sigma_{x1p} = 0,917 \cdot \sigma_{x1p},$$

$$\sigma_{x4o} = K_{4sp} \cdot \sigma_{x1p} = 0,241 \cdot \sigma_{x1p},$$

podano w tabeli 1.

W analogiczny sposób można wyznaczyć naprężenie  $\sigma_x$  w dowolnym miejscu ogniwa oryginalnego na podstawie pomiarów napięcia  $U_1$  i  $U_2$  za pomocą pomiarowego przetwornika naprężenia.

Podczas wzorcowania przetwornika pomiarowego napięcie  $U_1$  różniło się od napięcia  $U_2$  mniej niż 3% (tabela 1). Jest to spowodowane różnymi przekrojami poprzecznymi poszczególnych połówek ogniwa.

Zależność napięcia  $U_{1+2}$  (tabela 1 i rys. 9) jest praktycznie liniową funkcją siły  $F$  działającej w osi  $X$  ogniwa i wynosi

$$U_{1+2} = S_F \cdot F + U_0,$$

przy czym  $S_F$  jest czułością przetwornika siły, a  $U_0$  jest wartością napięcia przy  $F = 0$ .

Czułość  $S_F$  oraz wartość  $U_0$  wyznaczono metodą najmniejszej sumy kwadratów ze wzoru

$$S_F = \frac{n \sum_{i=1}^n F_i U_{(1+2)i} - \sum_{i=1}^n F_i \sum_{i=1}^n U_{(1+2)i}}{M},$$

$$U_0 = \frac{n \sum_{i=1}^n U_{(1+2)i} \sum_{i=1}^n F_i^2 - \sum_{i=1}^n F_i U_{(1+2)i} \sum_{i=1}^n F_i}{M},$$

przy czym

$$M = n \sum_{i=1}^n F_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n F_i \right)^2 \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Po wstawianiu wartości  $F_i$  oraz  $U_{(1+2)i}$  z tabeli 1 otrzymano  $S_F = 220 \text{ mV/kN}$ ,  $U_0 = 0$ .

#### 4. WNIOSKI

Na podstawie badań symulacyjnych przeprowadzonych metodą elementów skończonych za pomocą programu PRO-MES 4.4, przedstawionych w artykułach [1], [2], [3] i w tym artykule, oraz na podstawie badań laboratoryjnych opisanych w artykule [4] i w tym artykule stwierdza się, że istnieje możliwość wyznaczania wartości naprężenia w dowolnym miejscu oryginalnego (niesfrezowanego) ogniwa, np. typu F-100, na podstawie pomiarów naprężenia w dwóch miejscach przetwornika pomiarowego, tzn. w miejscach naklejenia tensometrów pomiarowych  $T_{p1}$  (naprężenie  $U_1$ ) i  $T_{p2}$  (naprężenie  $U_2$ ) na prostych odcinkach wewnętrznie sfrezowanych ścian ogniwa pomiarowego przetwornika naprężenia.

Uwzględniając to, że wymiary ogniw oryginalnych różnią się między sobą o  $0,2 \text{ mm} \div 0,6 \text{ mm}$ , co stanowi  $1\% \div 4\%$  określonych średnich wymiarów ogniwa, niepewność wyznaczenia wartości naprężenia w wybranym miejscu ogniwa na podstawie pomiarów napięcia  $U_1$  i  $U_2$  nie przekroczy  $5\%$ . Natomiast niepewność pomiaru siły zależy od niepewności wzorcowania przetwornika siły i stabilności układu elektronicznego. W opisanym przypadku ta niepewność nie przekracza  $2\%$ .

Opracowany i wywzorcowany pomiarowy przetwornik naprężenia i siły będzie stosowany do pomiarów siły w łańcuchu przenośnika. Będzie też stosowany do pomiarów naprężenia na wewnętrznych powierzchniach ogniwa, zwłaszcza podczas przemieszczania się ogniwa po rolkach, na łukach przenośnika.

## LITERATURA

1. David D., Parchański J.: Wyznaczanie naprężenia rozciągającego wewnętrznego ogniwa łańcucha pociągowego typu F-100. ZN Pol. Śl., s. Elektryka, z. 158, Gliwice 1997.
2. David D., Parchański J.: Wyznaczanie naprężenia ścinającego i zredukowanego oraz przemieszczenia określonych punktów wewnętrznego ogniwa łańcucha pociągowego typu F-100. ZN Pol. Śl., s. Elektryka, z. 158, Gliwice 1997.
3. David D., Parchański J.: Wyznaczanie naprężenia rozciągającego i przemieszczenia dwustronnie sfrezowanego wewnętrznego ogniwa typu F-100. ZN Pol. Śl., s. Elektryka, z. 158, Gliwice 1997.
4. David D., Parchański J.: Doświadczalna weryfikacja wyników symulacji naprężeń w ogniwie łańcucha typu F-100. ZN Pol. Śl., s. Elektryka, z. 162, Gliwice 1998.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Stefan Kubisa

Wpłynęło do Redakcji dnia 10 kwietnia 1998 r.

**Abstract**

This paper presents the construction and measurement properties of a stress and force transducer developed on the basis of an F-100 chain link, which forms part of the drive system of the conveyor belt at a car factory.

A digital model of the F-100 chain link with its internal walls milled was developed (Figs. 1÷4) and the stress occurring at chosen places were determined (Figs. 5 and 6).

The internal walls of the chain link were milled and pairs of stress gauges were bonded onto it. Each pair of stress gauges comprised a measurement gauge  $T_p$  and a compensation gauge  $T_k$  (Fig. 7). The stress gauge pairs were powered by direct current (Fig. 8). The signal output of the stress gauge pairs were connected via electronic units to digital voltmeters VC. The results of voltage measurements  $U_1$ ,  $U_2$  and  $U_{1+2}$  as well as the results of stress measurements  $\sigma_{x1p}$  and stress simulations  $\sigma_{x10}$ ,  $\sigma_{x140}$  are listed in Table 1. Graphs of variations from linearity,  $\Delta U_1$ ,  $\Delta U_2$  and  $\Delta U_{1+2}$  are presented in Fig. 9.

The voltage and force transducer developed and tested exhibited good repeatability of results, satisfactory sensitivity and low temperature variance within the  $10^\circ\text{C} \div 30^\circ\text{C}$  range.

Danuta TURZENIECKA  
Politechnika Poznańska

## POPRAWA DOKŁADNOŚCI PRZYBLIŻONEJ METODY OCENY NIEPEWNOŚCI CAŁKOWITEJ PRZEZ LINIOWE MODELOWANIE ZMIAN WSPÓŁCZYNNIKA ROZSZERZENIA

**Streszczenie.** Przedstawiono znaną metodę przybliżoną oceny niepewności całkowitej pomiaru, stosowaną w przypadku pomiaru bezpośredniego o ograniczonej liczbie błędów składowych. Wykazano możliwość poprawy dokładności tej metody przez liniowe modelowanie współczynnika rozszerzenia będącego zmienną standaryzowaną rozkładu, który jest splotem rozkładów błędów składowych.

## IMPROVEMENT IN ACCURACY OF APPROXIMATE METHOD OF EXPANDED UNCERTAINTY ESTIMATION BY LINEAR MODELLING THE COVERAGE FACTOR VARIATIONS

**Summary.** The approximate method of evaluation of expanded uncertainty of measurement results, for the case when the number of component errors is limited, has been described. The possibility of the improvement in accuracy of this method by linear modelling the curve matching the changes in values of the standardised variable of distribution, being the convolution of component error distributions, has been described.

### 1. WPROWADZENIE

Ocena niepewności całkowitej wyniku pomiaru jest zawsze związana z koniecznością wyboru odpowiedniej metody, która z reguły jest metodą przybliżoną [2]. Rozpatrzona zostanie możliwość poprawy dokładności oceny niepewności całkowitej, w przypadku kiedy korzystamy z jednej ze znanych już przybliżonych metod tej oceny [3], [6], używanej z reguły przy pomiarach bezpośrednich o ograniczonej liczbie niezależnych błędów składowych. Metoda ta bazuje na hipotezie, że nieznaną splot rozkładów składowych możemy przybliżyć rozkładem o większym odchyleniu standardowym.

Aby można było mówić o dokładności przybliżonych metod oceny niepewności całkowitej, niezbędne jest ustalenie metody, którą można uznać za metodę dokładną [3]. Już sama definicja rozpatrywanej metody, która bazuje na znajomości spłotu rozkładów składowych, narzuca ten wybór. Przyjmuje się zatem, że znajomość spłotu rozkładów składowych pozwala na ocenę niepewności całkowitej, którą można uznać za dokładną.

Jako miarę rozbieżności między metodą przybliżoną i metodą uznaną za dokładną przyjęto błąd zdefiniowany następująco

$$\delta = \frac{|u_{cp} - u_{cd}|}{u_{cd}} \cdot 100\%, \quad (1)$$

gdzie:  $u_{cp}$  — niepewność całkowita przybliżona,  $u_{cd}$  — niepewność całkowita dokładna.

Wiadomo, że niepewność całkowitą opisuje równanie

$$u_c = k(\alpha) u_l. \quad (2)$$

Współczynnik rozszerzenia  $k(\alpha)$  jest zmienną standaryzowaną rozkładu, będącego spłotem rozkładów błędów składowych. Parametrem charakterystycznym tego rozkładu jest łączne odchylenie standardowe  $\sigma_l$ , równe łącznej niepewności standardowej  $u_l$

$$u_l = \sigma_l = \sqrt{\sum_{j=1}^N u_j^2} = \sqrt{\sum_{j=1}^N \sigma_j^2}. \quad (3)$$

Jeżeli przyjmiemy, że w rozpatrywanym przypadku występują błędy losowe o rozkładach bliskich rozkładowi normalnemu oraz błędy aparaturowe, którym można przypisać rozkład jednostajny, wtedy niepewność łączna będzie równa

$$u_l = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}, \quad (4)$$

gdzie:  $u_A$  i  $u_B$ , są niepewnościami standardowymi odpowiednio typu A i typu B.

Znajomość spłotu rozkładów, w tym przypadku, normalnego i jednostajnego, obliczonych dla różnych relacji zachodzących między odchyleniami standardowymi rozkładów składowych ( $\sigma_N$  — rozkładu normalnego i  $\sigma_R$  — rozkładu jednostajnego) umożliwia określenie wartości zmiennej standaryzowanej zwanej dalej współczynnikiem  $k_{NR}(\alpha)$ , który jest funkcją nie tylko prawdopodobieństwa  $\alpha$ , ale również jest funkcją stosunku odchyłeń standardowych rozkładów składowych

$$k_{NR}(\alpha) = f\left(\alpha, \frac{\sigma_N}{\sigma_R}\right). \quad (5)$$



Wykorzystując znajomość współczynnika  $k_{NR}(\alpha)$ , możemy określić niepewność całkowitą dokładną jako

$$u_{sd} = k_{NR}(\alpha) u_1. \quad (6)$$

Takie przedstawienie problemu oceny niepewności całkowitej jest słuszne jedynie wtedy, gdy znamy odchylenie standardowe rozkładu błędów losowych albo gdy próba jest liczna. Oceniając niepewność całkowitą dla próby mało licznej o nieznanym odchyleniu standardowym  $\sigma_N$ , szukać powinniśmy splotu rozkładów Studenta i jednostajnego. Wtedy ocena niepewności, którą możemy uznać za ocenę dokładną określona jest zależnością (7), gdzie współczynnik rozszerzenia  $k_{SR}(\alpha)$  jest zmienną standaryzowaną rozkładu będącego splotem rozkładów Studenta i jednostajnego.

$$u_e = k_{SR}(\alpha) u_1. \quad (7)$$

Współczynnik ten jest funkcją trzech zmiennych: prawdopodobieństwa  $\alpha$ , stosunku  $u_A/u_B$  oraz liczby stopni swobody  $n$ .

$$k_{SR}(\alpha) = f\left(\alpha, \frac{u_A}{u_B}, n\right). \quad (8)$$

Rozkładami składowymi mogą być również dwa rozkłady Studenta. Wtedy niepewność łączna i niepewność całkowita dokładna określona jest odpowiednio zależnością (9) i (10), a współczynnik rozszerzenia  $k_{S1S2}(\alpha)$  jest zmienną standaryzowaną rozkładu będącego splotem dwóch rozkładów Studenta (11)

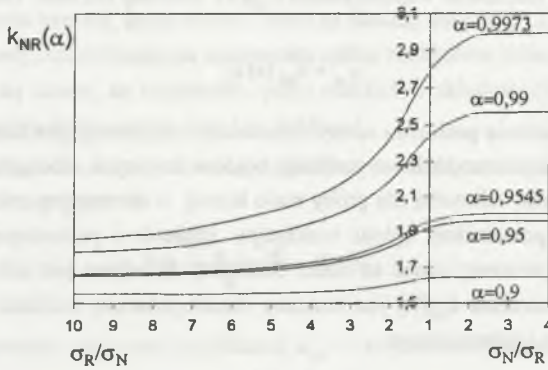
$$u_1 = \sqrt{u_1^2 + u_{s2}^2}, \quad (9)$$

$$u_e = k_{SR}(\alpha) u_1, \quad (10)$$

$$k_{S1S2}(\alpha) = f\left(\alpha, \frac{u_{s1}}{u_{s2}}, n_1, n_2\right). \quad (11)$$

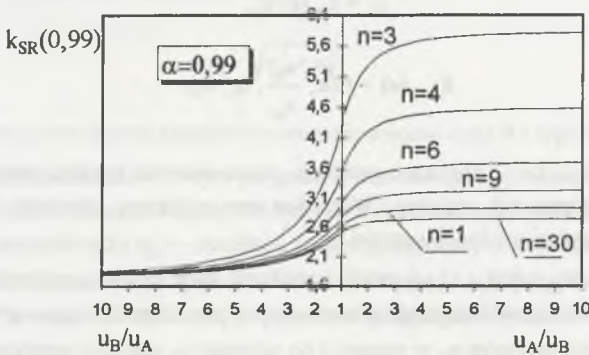
Na rysunkach 1, 2 i 3 pokazano przebiegi zmian wartości współczynników rozszerzenia dla trzech rozpatrywanych splotów. Wszystkie one wykazują zbieżność współczynników rozszerzenia do pewnej ustalonej wartości.

Współczynnik  $k_{NR}(\alpha)$  (rys. 1) wyrażony został w funkcji stosunku odchyłeń standardowych  $\sigma_N/\sigma_R$  oraz  $\sigma_R/\sigma_N$  dla różnych najczęściej stosowanych prawdopodobieństw  $\alpha$ . Można wykazać, że wraz ze wzrostem wartości  $\sigma_N$  w stosunku do wartości  $\sigma_R$  wartości współczynników  $k_{NR}(\alpha)$  stają się bardzo szybko zbieżne do wartości zmiennej standaryzowanej rozkładu normalnego. Gdy rośnie wartość  $\sigma_R$  w stosunku do wartości  $\sigma_N$ , wartości  $k_{NR}(\alpha)$  są znacznie wolniej zbieżne do wartości zmiennej standaryzowanej rozkładu jednostajnego — tym wolniej, im wyższe jest prawdopodobieństwo  $\alpha$ .



Rys.1. Współczynnik rozszerzenia  $k_{NR}(\alpha)$  w funkcji stosunku odchyłeń standardowych  $\sigma_N/\sigma_R$  oraz  $\sigma_R/\sigma_N$  dla wybranych wartości  $\alpha$   
 Fig.1. Coverage factor  $k_{NR}(\alpha)$  as a function of ratio of the standard deviations  $\sigma_N/\sigma_R$  and  $\sigma_R/\sigma_N$  for chosen values  $\alpha$

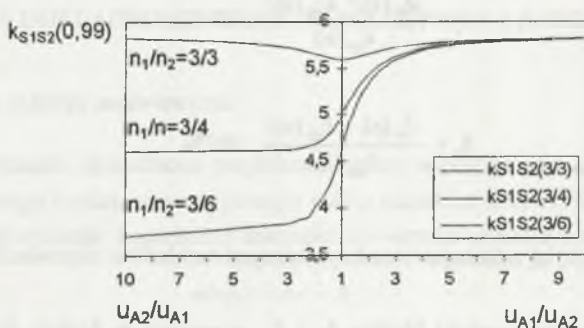
Współczynnik  $k_{SR}(\alpha)$  (rys.2) wyrażony został w funkcji stosunku  $u_B/u_A$  oraz  $u_A/u_B$  dla prawdopodobieństwa  $\alpha = 0,99$  oraz dla kilku wybranych wartości  $n$ . Można wykazać, że gdy rośnie niepewność standardowa  $u_A$  w stosunku do  $u_B$ , wartości  $k_{SR}(\alpha)$  stają się zbliżone do odpowiednich wartości zmiennych standaryzowanych rozkładu Studenta i są silnie zależne od liczby stopni swobody  $n$ . Gdy rośnie wartość  $u_B$  w stosunku do wartości  $u_A$ , współczynnik  $k_{SR}(\alpha)$  staje się zbliżony do zmiennej standaryzowanej rozkładu jednostajnego. Jego zależność od  $n$  silnie maleje ze wzrostem niepewności standardowej  $u_B$ .



Rys.2. Współczynnik  $k_{SR}(\alpha)$  w funkcji stosunku niepewności standardowych  $u_A/u_B$  oraz  $u_B/u_A$  dla wybranych wartości  $n$ , dla  $\alpha = 0,99$   
 Fig.2. Coverage factor  $k_{SR}(\alpha)$  as a function of ratio of the standard uncertainties  $u_A/u_B$  and  $u_B/u_A$ , for chosen values  $n$  and  $\alpha$

Współczynnik  $k_{S1S2}(\alpha)$  (rys.3) wyrażony został w funkcji stosunku  $u_{A1}/u_{A2}$  oraz  $u_{A2}/u_{A1}$  dla prawdopodobieństwa  $\alpha = 0,99$  oraz dla kilku wybranych par wartości  $n_1$  i  $n_2$ .

Można wykazać, że wartość  $k_{S1S2}(\alpha)$  staje się zbliżona do wartości zmiennej standardowej rozkładu Studenta o większej wartości niepewności standardowej. Inna jest jednak droga osiągania tej wartości, która jest uwarunkowana wartościami  $n_1$  i  $n_2$ .



Rys.3. Współczynnik  $k_{S1S2}(\alpha)$  w funkcji stosunku niepewności standardowych  $u_A/u_B$  oraz  $u_B/u_A$  dla wybranych wartości  $n$ , dla  $\alpha = 0,99$

Fig.3. Coverage factor  $k_{S1S2}(\alpha)$  as a function of ratio of the standard uncertainties  $u_A/u_B$  and  $u_B/u_A$ , for chosen values  $n$  and  $\alpha$

Ponieważ rozpatrywanie wszystkich możliwych przypadków przekracza ramy jednego artykułu, dalsze rozważania przedstawiające koncepcję poprawy dokładności przybliżonej metody oceny niepewności całkowitej prowadzone będą dla wybranego splotu rozkładów  $N^*R$  i mogą być traktowane jako przykład postępowania przy poprawie jej dokładności.

## 2. DOKŁADNOŚĆ OCENY WSPÓŁCZYNNIKA ROZSZERZENIA $k(\alpha)$

Podstawowym problemem w ocenie niepewności całkowitej jest ocena współczynnika rozszerzenia  $k(\alpha)$  [2, 3, 4, 5]. Można wykazać, że błąd opisany zależnością (1) sprowadza się w tym przypadku do błędu oceny tego współczynnika.

$$\delta_1 = \frac{|k_N(\alpha) - k_{NR}(\alpha)|}{k_{NR}(\alpha)} \cdot 100\%, \quad (12)$$

Rozpatrywana metoda przybliżona oceny współczynnika  $k(\alpha)$  zakłada, że nieznaną splot rozkładów składowych można przybliżyć rozkładem o większym odchyleniu standardowym

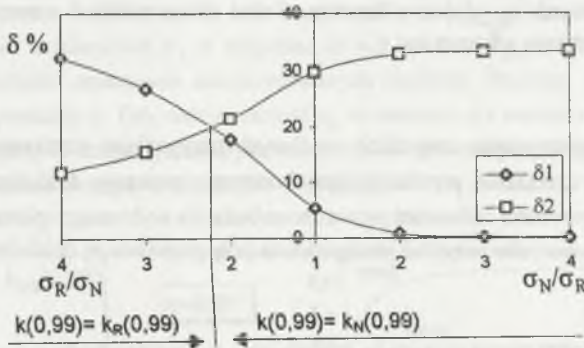
[3], [4], [5]. Hipoteza ta jest słuszna dla sytuacji granicznych i nie określa możliwości oceny, gdy zachodzi relacja równości albo relacja bliska równości między odchyleniami standardowymi. Badanie wartości tego błędu wynikających z zależności (12), a opisanych zależnościami (13) i (14), pozwala na wyciągnięcie pewnych uogólnionych wniosków dotyczących możliwości takiej oceny [3], [4], [5].

$$\delta_1 = \frac{|k_N(\alpha) - k_{NR}(\alpha)|}{k_{NR}(\alpha)} \cdot 100\%, \quad (13)$$

$$\delta_2 = \frac{|k_R(\alpha) - k_{NR}(\alpha)|}{k_{NR}(\alpha)} \cdot 100\%, \quad (14)$$

gdzie:  $k_N(\alpha)$  oraz  $k_R(\alpha)$  są zmiennymi standaryzowanymi rozkładów, odpowiednio: normalnego i jednostajnego.

Na rys.4 pokazano wartości błędów  $\delta_1$  i  $\delta_2$  wyrażone w funkcji stosunku odchyłeń standardowych  $\sigma_R/\sigma_N$  oraz  $\sigma_N/\sigma_R$  dla wybranej wartości prawdopodobieństwa.



Rys.4. Bezwzględne wartości błędów  $\delta_1$  i  $\delta_2$  dla  $\alpha = 0,99$   
 Fig.4. Absolute values of errors  $\delta_1$  and  $\delta_2$  for  $\alpha = 0,99$

Wnioski wynikające z przedstawionych rysunków można uogólnić dla wszystkich prawdopodobieństw  $\alpha$ , zawartych w przedziale wartości od  $\alpha = 0,9$  do  $\alpha = 0,9973$ :

- dla  $\sigma_N/\sigma_R \geq 1$  oraz dla  $\sigma_N/\sigma_R \leq 2$  lepszym przybliżeniem splotu rozkładów N\*R będzie rozkład normalny, dla którego  $k(\alpha) = k_N(\alpha)$ .

- dla  $\sigma_N/\sigma_R > 2$  lepszym przybliżeniem splotu rozkładów  $N^*R$  będzie rozkład jednostajny, dla którego  $k(\alpha) = k_R(\alpha)$ .

Błąd tak przeprowadzonej oceny współczynnika  $k(\alpha)$  nie przekracza 23%, jeżeli spełnione są powyższe relacje i jest tym większy, im wyższa jest wartość prawdopodobieństwa  $\alpha$ .

### 3. POPRAWA DOKŁADNOŚCI OCENY WSPÓŁCZYNNIKA ROZSZERZENIA

#### 3.1. Badanie zakresu modelowania

W celu zwiększenia dokładności przybliżonej oceny współczynnika  $k(\alpha)$  podjęto próby utworzenia liniowego modelu matematycznego  $mk(\alpha)$  odcinków krzywej  $k_{NR}(\alpha)$  w obszarze, gdzie krzywa ta nie wykazuje dostatecznej zbieżności do wartości współczynników  $k_N(\alpha)$  i  $k_R(\alpha)$

$$mk(\alpha) = Ax + B, \quad (15)$$

gdy:  $x = \sigma_N/\sigma_R$ , wtedy  $mk(\alpha) = mk_A(\alpha)$ , oraz  $x = \sigma_R/\sigma_N$ , wtedy  $mk(\alpha) = mk_B(\alpha)$ .

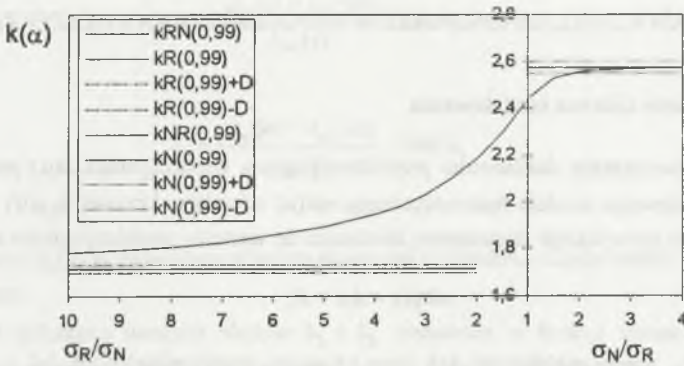
W celu określenia zakresu modelowania zbadano zbieżność wartości współczynników  $k_{NR}(\alpha)$  do wartości współczynników  $k_N(\alpha)$  w obszarze, gdzie  $\sigma_N > \sigma_R$ , oraz do współczynników  $k_R(\alpha)$  w obszarze, gdzie  $\sigma_R/\sigma_N$ , dla różnych, najczęściej stosowanych prawdopodobieństw  $\alpha$ . Można wykazać, że zbieżność współczynników rozszerzenia  $k_{NR}(\alpha)$  do wartości współczynników rozszerzenia  $k_R(\alpha)$ , gdy  $\sigma_R \geq \sigma_N$ , oraz  $k_N(\alpha)$ , gdy  $\sigma_N \geq \sigma_R$ , jest różna dla różnych prawdopodobieństw.

Na rys.5 przedstawiono obraz zbieżności współczynnika rozszerzenia  $k_{NR}(\alpha)$  dla wybranej wartości  $\alpha = 0,99$ , przyjmując, że wartości współczynników  $k_N(\alpha)$  i  $k_R(\alpha)$  znajdują się w przedziale określonym błędem  $\pm \Delta$ , którego względna wartość jest równa  $\pm 1\%$ .

Można wykazać, że dla wszystkich rozpatrywanych prawdopodobieństw  $\alpha$  współczynnik  $k_{NR}(\alpha)$  staje się zbieżny do  $k_N(\alpha)$ , gdy  $\sigma_N/\sigma_R \geq 2$ . W obszarze, gdzie  $\sigma_R/\sigma_N$ , można zaobserwować silny wpływ rozkładu normalnego na splot rozkładów normalnego i jednostajnego  $N^*R$ . Wartość współczynnika  $k_{NR}(\alpha)$  osiąga wartość zbieżną do wartości zmiennej standardowej rozkładu jednostajnego  $k_R(\alpha) = \sqrt{3} \alpha$  znacznie wolniej i jest silnie uzależniona od przyjętego prawdopodobieństwa. Dla  $\alpha = 0,9$   $k_{NR}(\alpha)$  osiąga zbieżność do  $k_R(\alpha)$  dla wartości stosunku  $\sigma_R/\sigma_N > 6$ , a dla  $\alpha = 0,9973$  dopiero dla wartości stosunku  $\sigma_R/\sigma_N > 50$ .

Przyjęto maksymalny zakres modelowania dla wartości stosunku  $\sigma_R/\sigma_N$  z przedziału od 1 do 10 oraz  $\sigma_N/\sigma_R$  z przedziału od 1 do 2. Uzasadnieniem takiego wyboru zakresu był fakt, że przy dziesięciokrotnej różnicy między wartościami składowych niepewności jedna z nich staje się niepewnością dominującą, co jest jednoznaczne z możliwością pominięcia pozostałej niepewności, oraz to, że dla stosunku odchyłeń standardowych  $\sigma_N/\sigma_R > 2$  krzywa zmian współczynnika  $k_{NR}(\alpha)$

ma ustaloną wartość, zbieżną do stałej wartości współczynnika  $k_N(\alpha)$ . Przyjęto zatem stały zakres modelowania liniowego określony stosunkiem  $\sigma_N/\sigma_R = 1 \div 2$  dla  $\sigma_N/\sigma_R$  i zmienny zakres modelowania dla  $\sigma_R/\sigma_N$ . Ze względu na określone różnice w zbieżności wartości współczynnika  $k(\alpha)$  do wartości  $k_N(\alpha)$  w obszarze, gdzie  $\sigma_R/\sigma_N$ , oraz do wartości  $k_R(\alpha)$  w obszarze, gdzie  $\sigma_N/\sigma_R$ , obszary te rozpatrzono oddzielnie.



Rys. 5. Ilustracja zbieżności współczynnika  $k_{NR}(0,99)$  do współczynnika  $k_N(0,99)$ , gdy  $\sigma_N \geq \sigma_R$ , oraz do współczynnika  $k_R(0,99)$ , gdy  $\sigma_R > \sigma_N$ , przy założonej dokładności oceny zbieżności, określonej błędem równym  $\pm 1\%$

Fig. 5. Illustration of convergence of the factor  $k_{NR}(0,99)$  to the factor  $k_N(0,99)$  where  $\sigma_N \geq \sigma_R$  and to the factor  $k_R(0,99)$  where  $\sigma_R > \sigma_N$ , with the assumed accuracy of estimation of convergence defined by an error equal to  $\pm 1\%$ .

### 3.2. Liniowy model współczynnika $k(\alpha)$

W obszarze, gdzie  $\sigma_N/\sigma_R$  (rys.6), model liniowy współczynnika  $k(\alpha)$  ma postać

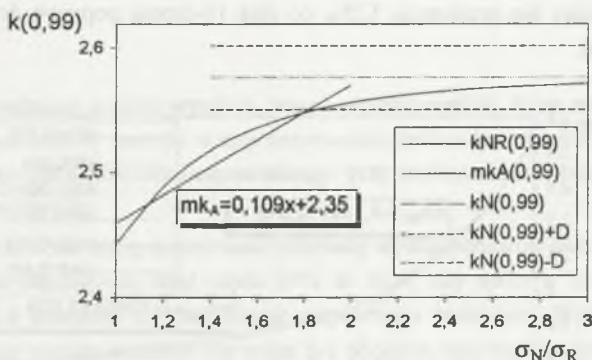
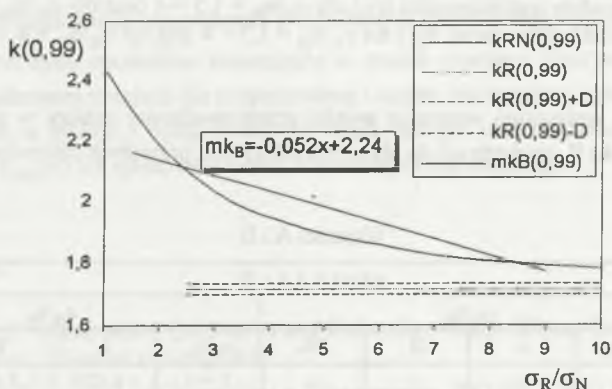
$$mk_A(0,99) = 0,109x + 2,3. \quad (16)$$

Błąd nie przekracza 1,2 %, co daje 5-krotną poprawę dokładności oceny współczynnika  $k(\alpha)$ .

W obszarze, gdzie  $\sigma_R/\sigma_N$  (rys.7), przyjęto zakres modelowania —  $\sigma_R/\sigma_N = 1,5 \div 9$ . Otrzymano następującą postać modelu liniowego współczynnika  $k(\alpha)$

$$mk_B(0,99) = -0,052x + 2,24. \quad (17)$$

Błąd nie przekracza 6%, co daje 3-krotną poprawę dokładności oceny współczynnika  $k(\alpha)$ .

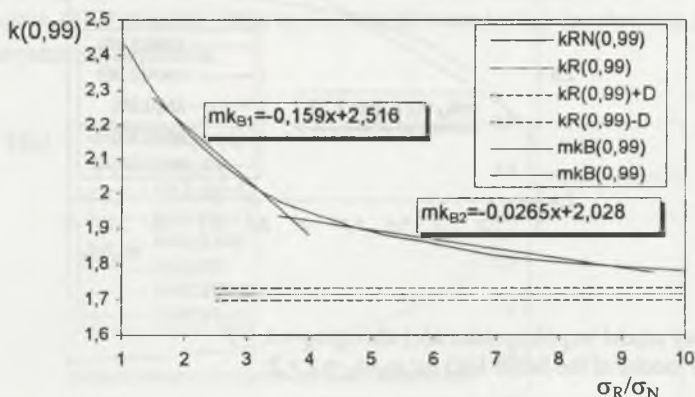
Rys. 6. Liniowy model współczynnika  $k(\alpha)$  dla  $\sigma_N/\sigma_R = 1 \div 2$ Fig. 6. Linear model of the factor  $k(\alpha)$  for  $\sigma_N/\sigma_R = 1 \div 2$ Rys. 7. Liniowy model współczynnika  $k(\alpha)$  dla  $\sigma_R/\sigma_N = 1,5 \div 9$ Fig. 7. Linear model of the factor  $k(\alpha)$  for  $\sigma_R/\sigma_N = 1,5 \div 9$ 

Dokładność oceny współczynnika  $k(\alpha)$  w tym obszarze można zwiększyć, aproksymując odcinki krzywej  $k_{RN}(0,99)$  dwiema prostymi (rys. 8):  $mk_{B1}(0,99)$  — w zakresie  $\sigma_R/\sigma_N = 1,5 \div 4$  oraz  $mk_{B2}(0,99)$  — w zakresie  $\sigma_R/\sigma_N = 4 \div 9$ . Modele liniowe współczynnika  $k(\alpha)$  przyjmują postać:

$$mk_{B1} = -0,159x + 2,516, \quad (18)$$

$$mk_{B2} = -0,0265x + 2,0279. \quad (19)$$

Błąd takiej oceny nie przekracza 1,2%, co daje 16-krotną poprawę dokładności oceny współczynnika  $k(\alpha)$ .



Rys.8. Liniowe modele współczynnika  $k(\alpha)$  dla  $\sigma_R/\sigma_N = 1,5 \div 4$  oraz dla  $\sigma_R/\sigma_N = 4 \div 9$   
 Fig. 8. Linear models of the factor  $k(\alpha)$  for  $\sigma_R/\sigma_N = 1,5 \div 4$  and for  $\sigma_R/\sigma_N = 4 \div 9$

W tabelicy 1 zestawiono wszystkie wyniki przeprowadzonej analizy w postaci wartości współczynników A i B, niezbędnych do obliczenia  $mk(\alpha)$  oraz przyjętych zakresów modelowania.

### Wartości A i B

Tabela 1

$mk(\alpha) = A x + B$								
$\alpha$	$\sigma_N/\sigma_R$				$\sigma_R/\sigma_N$			
	$\sigma_N/\sigma_R$	A	B	$\delta\%$	$\sigma_R/\sigma_N$	A	B	$\delta\%$
0,9	-	-	-	-	1 ÷ 4	-0,026	1,67	< 0,8
0,95	1 ÷ 2	0,036	1,888	< 0,5	1,5 ÷ 7	-0,038	1,88	< 2
0,9545	1 ÷ 2	0,04	1,92	< 0,4	1,5 ÷ 7	-0,031	1,885	< 2,8
0,99	1 ÷ 2	0,109	2,3	< 1,2	1,5 ÷ 9	-0,052	1,92	< 6
						$A_1$	$B_1$	
	-	-	-	-	1,5 ÷ 4	-0,159	2,516	< 1,2
						$A_2$	$B_2$	
-	-	-	-	4 ÷ 9	-0,0265	2,028	< 1	
0,9973	1 ÷ 2	0,169	2,64	< 3	1 + 10	-0,0753	2,472	< 9
						$A_1$	$B_1$	
	-	-	-	-	1 ÷ 4	-0,196	2,83	< 1,8
						$A_2$	$B_2$	
-	-	-	-	1 + 10	-0,037	2,2	< 1,3	



#### 4. WNIOSKI

Z przeprowadzonej analizy wynikają pewne wnioski ogólne, które mogą być przydatne w wyborze odpowiedniej metody oceny niepewności całkowitej wyniku pomiarów w rozpatrywanym przypadku pomiaru bezpośredniego przy występowaniu dwóch standardowych niepewności składowych.

Problem dokładności oceny niepewności całkowitej wyniku pomiarów jest zawsze dyskusyjny. Trudno bowiem osądzić, czy błąd rzędu 20% to dużo, czy mało w świetle wielu innych przybliżeń, jakich dokonuje się przy ocenie niepewności całkowitej. Wydaje się jednak, że z metrologicznego punktu widzenia nie może być obojętne, czy błąd ten jest rzędu 2%, 20%, czy 40%. Ponieważ w ocenie niepewności zostawia się eksperymentatorowi wiele możliwości samodzielnego podejmowania decyzji, dotyczących wyboru zarówno wartości pewnych parametrów, jak i stosowania określonych procedur postępowania, niezmiernie istotne jest, aby podejmowaniu tych decyzji towarzyszyła świadomość ich skutków. Stąd ustalenie oceny niepewności całkowitej, którą można uznać za ocenę dokładną, i publikowanie wyników analiz porównawczych dokładności stosowanych przybliżonych metod oceny wydaje się być celowe.

Opracowane opisy modelowe zmniejszyły w sposób znaczący błąd przybliżonej oceny niepewności całkowitej pomiaru dla rozpatrywanej i często występującej sytuacji pomiarowej, a zamieszczone w tablicy 1 opisy modelowe mogą zastąpić całą obszerną tablicę wartości współczynnika  $k_{NR}(\alpha)$  dla splotu rozkładów normalnego i jednostajnego.

#### LITERATURA

1. Dietrich C. F.: *Uncertainty, Calibration and Probability*, Adam Hilger, Bristol, Philadelphia and New York, Second Edition, 1991.
2. *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, ISO/IEC/OIML/BIMP, 1993.
3. Kubisa S., Turzeniecka D.: Evaluation of some approximated methods of measurement estimation, Proc. Obgf 3<sup>rd</sup> International Symposium MMAR 96, 1996, pp. 537 - 342.
4. Turzeniecka D., Kubisa S.: The measures of imperfection of chosen approximated methods of combined expanded uncertainty estimation in measurement, Proc. Of 3<sup>rd</sup> East - West Congress on Engineering Education, 1996, pp. 118 - 122.
5. Turzeniecka D., Waśkiewicz Z.: Wybrane problemy wspomaganego komputerowo statystycznej oceny niepewności pomiarów, Proc VIII.KKM, 1995, pp. 135 - 142.
6. Turzeniecka D., Waśkiewicz Z.: Analysis of multi-valued cases in estimation of a measurement result uncertainty, *Metrology and Measuring Systems*, T.III - Z. 1/1996, Warsaw, WN PWN, pp. 21 - 29.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jan Zakrzewski

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 kwietnia 1998 r.

## Abstract

A problem of accuracy of estimation of the expanded uncertainty of the measurement results is always a subject to discuss. It is not easy to judge if the error of 20% is high or low when comparing to many of other approximations used to estimate the expanded uncertainty. However it seems that from the viewpoint of metrology it is not indifferent if the error is of 2%, 20% or 40%. As to the uncertainty estimation, a person carrying out the experiments is rather free to decide which parameters are to be chosen and which procedure is to be used; however, he must be aware of the result of his choice. Thus, it seems to be useful to establish an estimation of the expanded uncertainty which could be admitted to be accurate one.

The approximate method of evaluation of expanded uncertainty of measurement results, for the case when the number of component errors is limited, has been described. It has been assumed that the knowledge of distribution being the convolution of distributions of component errors makes possible the expanded uncertainty estimation which might be admitted to be the accurate one. It allows to carry out a comparative analysis of some chosen approximate methods.

It may be proved that an error being a measure of discrepancy between an approximate method and a method admitted to be accurate becomes an error of estimation of the coverage factor  $k(\alpha)$ . To increase the accuracy of the approximate estimation of the coverage factor the attempts have been made to create a linear mathematical model of a curve matching the changes in values of the factor  $k_{NR}(\alpha)$ , which is the standardised variable of distribution, being the convolution of component errors distributions. The modelling range for various and mostly used values of probability  $\alpha$  and various relations between standard variable, has been assumed.

The created model descriptions have significantly reduced the error of the approximate estimation of the expanded uncertainty of measurement concerning the considered situation, typical in the metrology practice. The model descriptions reported in tables 1 or 2 and 3 can replace a large table comprising the coverage factor  $k_{NR}(\alpha)$  values for the convolution of the normal and rectangular distributions.

Stefan KUBISA  
Politechnika Szczecińska

## BŁĘDY I ICH ROZKŁADY PRAWDOPODOBIEŃSTWA, OCENY NIEPEWNOŚCI POMIARU

**Streszczenie.** Zagadnienia analizy dokładności pomiaru: klasyfikacja i rozkłady prawdopodobieństwa błędów, użyteczność pojęcia błędu, pojęcie niepewności i błędu granicznego oraz przybliżone metody oceny całkowitej niepewności rozszerzonej budzą wiele dyskusji. Artykuł podejmuje tę dyskusję oraz przedstawia porównanie dwóch metod oceny całkowitej niepewności rozszerzonej: metody podstawowej wg *Guide ...* [14] z metodą sumy geometrycznej.

## ERRORS AND THEIR PROBABILITY DISTRIBUTION, ESTIMATES OF MEASUREMENT UNCERTAINTY

**Summary.** The problems of measurement accuracy analysis: classification and probability distribution of errors, utility of the error conception, conception of uncertainty and limit error and the approximated estimation methods of expanded combined uncertainty inspire a lot of discussions. The paper joins the discussion and presents a confrontation of two estimation methods of the combined expanded uncertainty: a basic method recommended by *Guide ...* [14] and a method of the geometric sum.

### 1. WSTĘP

Ocena niedokładności pomiaru jest jego integralną częścią. W polskim środowisku metrologów dyskusje nad sposobami wyrażania niedokładności pomiaru trwają od wielu dekad. Jednym z dawniejszych śladów takich dyskusji jest referat Stanisława Trzetrzewińskiego [1], wygłoszony na seminarium metrologów we Wrocławiu ponad 40 lat temu. Ślady tej dyskusji w ostatnich latach to np. [2÷13]. Referat [1] wart jest szczególnej wzmianki, bowiem prezentowane w nim podejście jest nadzwyczaj podobne (pomijając terminologię i symbolikę) do tego, jakie reprezentuje międzynarodowy dokument *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* [14], wydany w 1992 roku.

Forum wspomnianych dyskusji w Polsce są w szczególności:

- 1° coroczne seminaria naukowe Komisji Kształcenia Komitetu Metrologii i Aparatury Naukowej Polskiej Akademii Nauk (w 1998 r. odbyło się kolejne dwunaste seminarium),
- 2° Międzuczelniane Konferencje Metrologów (w 1997 r. odbyła się XXIX MKM).

Dyskusje ożywiły się szczególnie na początku lat 90. z inicjatywy D. Turzenieckiej (autorki prac związanych z omawianą tematyką, m.in. [4 + 8], [10], [11]), która wprowadziła je jako element seminariów 1°, a po ukazaniu się *Guide'a* [14] — przedstawiła referat o nim. *Guide* wzbudził znaczne zainteresowanie. Ujawniło się ono w referatach K. Kostyrko, S. Kubisy (autora m.in. prac [3], [6÷10], [12] i podręcznika [16]) i J. M. Jaworskiego (autora kilku podręczników metrologii, m.in. obszernego i podstawowego [15]). Ten ostatni przedstawił też wykład na temat *Guide'a* na wspomnianej XXIX MKM [13].

Zagadnienie analizy dokładności pomiaru, a szerzej — opracowania pomiaru nie wydaje się wyczerpane. Jest to zagadnienie nietłwne, nie tylko w obszarze dydaktyki. Źródła trudności tkwią w samej istocie pomiaru jako procedury mającej na celu odwzorowanie rzeczy i zjawisk świata realnego za pomocą abstrakcyjnych pojęć matematyki. Trudnością podstawową jest uzyskanie adekwatności tego odwzorowania.

Ten artykuł przedstawia poglądy autora na wybrane zagadnienia, takie jak:

- klasyfikacja błędów pomiaru,
- użyteczność pojęcia błędu,
- rozkłady gęstości prawdopodobieństwa błędów,
- pojęcie niepewności i błędu granicznego pomiaru,
- ocena całkowitej niepewności pomiaru.

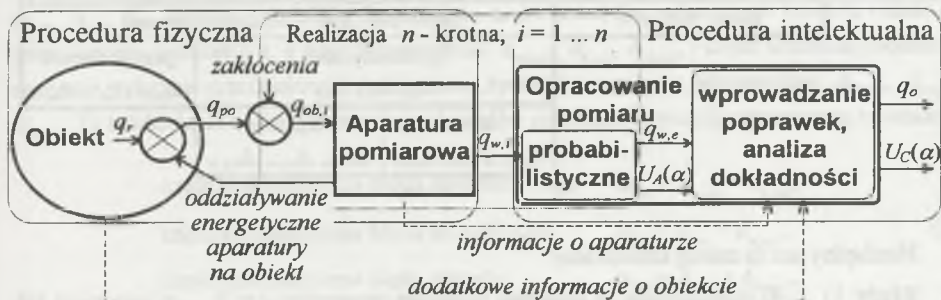
## 2. KLASYFIKACJA BŁĘDÓW POMIARU, MINIMALIZACJA BŁĘDU CAŁKOWITEGO, UŻYTECZNOŚĆ POJĘCIA BŁĘDU

Całkowity błąd pomiaru  $\Delta_C$  jest różnicą między tym „co wiemy” a tym „co chcielibyśmy wiedzieć”. Tym „co wiemy”, a raczej — co można poznać w wyniku poprawnie przeprowadzonej procedury pomiarowej, obejmującej część materialną pomiaru — fizyczny eksperyment i część intelektualną — opracowanie pomiaru, jest *ostateczna ocena wartości prawdziwej*  $q_o$ , nazywana na ogół *wartością pozornie prawdziwą*. Tym zaś „co chcielibyśmy wiedzieć” jest hipotetyczna *wartość prawdziwa (mezurand)*  $q_r$ . Wynika stąd definicja

$$\overset{\text{def}}{\Delta_C} = q_o - q_r \quad (1)$$

Całkowity błąd pomiaru  $\Delta_C$  jest algebraiczną sumą składników o liczności zależnej od stopnia złożoności procedury fizycznej pomiaru. W prostym przypadku pomiaru bezpośredniego podstawą do rozdzielenia błędu  $\Delta_C$  na składniki jest schemat pokazany na rys. 1 [3], [7], [16]. Ujawnia on, jak wiele różnych wartości  $q$  związanych jest z procedurą pomiaru. Są to:

- wartość prawdziwa  $q_r$ , którą „chcielibyśmy poznać”,
- wartość potencjalnie obserwowalna  $q_{po}$  — wartość prawdziwa zmieniona wskutek oddziaływania aparatury pomiarowej na obiekt badany,
- wartość obserwowalna  $q_{ob,i}$  w  $i$ -tej realizacji procedury fizycznej (w  $i$ -tej obserwacji) — różna od wartości potencjalnie obserwowalnej  $q_{po}$  wskutek oddziaływania zakłóceń,
- wartość wskazana  $q_{w,i}$  w  $i$ -tej realizacji procedury fizycznej przez aparaturę pomiarową,
- wstępna ocena wartości prawdziwej — estymator  $q_{w,e}$  wartości oczekiwanej  $E q_w$  wskazania aparatury pomiarowej,
- ostateczna ocena wartości prawdziwej  $q_o$  — najlepsze (statystycznie) przybliżenie wartości prawdziwej, jakie „możemy poznać”.



Rys. 1. Schemat blokowy pomiaru bezpośredniego.  $U_A(\alpha)$ ,  $U_C(\alpha)$  — patrz rys. 2  
Fig. 1. Block diagram of a direct measurement.  $U_A(\alpha)$ ,  $U_C(\alpha)$  — see Fig. 2

Formalne przekształcenie wzoru (1) [7], [16] dzieli całkowity błąd pomiaru na pięć zasadniczych składników. Ten i dalszy podział oraz klasyfikację błędów przedstawiono w tabl. 1.

W części zasadniczej podziału wyróżnia się — idąc od ostatniej kolumny tabl. 1 — trzy błędy związane z procedurą fizyczną pomiaru (patrz też rys. 1), a mianowicie:

- 1) błąd metody pomiarowej  $\Delta_{m,i} = q_{po} - q_r$ , wywołany oddziaływaniem energetycznym aparatury pomiarowej na obiekt badany,
- 2) błąd od zakłóceń  $\Delta_{z,i} = q_{ob,i} - q_{po}$ ,
- 3) błąd aparaturowy  $\Delta_{a,i} = q_{w,i} - q_{ob,i}$

oraz dwa błędy związane z procedurą intelektualną, nazwane błędami sztucznymi:

4) pozorny błąd przypadkowy

$$\Delta_{pp,i} = q_{w,e} - q_{w,i}, \quad (2)$$

5) poprawka

$$p = q_o - q_{w,e}. \quad (3)$$

Tablica 1

Przekształcenie wzoru definicyjnego (1) — rozdzielenie całkowitego błędu  $\Delta_C$  na pięć zasadniczych składników, dalszy podział i klasyfikacja błędów

$q_o - q_r = (q_o - q_{w,e}) + (q_{w,e} - q_{w,i}) + (q_{w,i} - q_{ob,i}) + (q_{ob,i} - q_{po}) + (q_{po} - q_r)$					
$\Delta_C = p + \Delta_{pp,i} + \Delta_{o,i} + \Delta_{z,i} + \Delta_{m,i}$					
Całkowity błąd pomiaru	Poprawka	Pozorny błąd przypadkowy	Błąd aparaturowy	Błąd od zakłóceń	Błąd metody pomiarowej
Błędy sztuczne			Błędy procedury fizycznej pomiaru		
			systematyczne		przypadkowe
			$\Delta_{o,s}, \Delta_{z,s}, \Delta_{m,s}$		$\Delta_{o,p,i}, \Delta_{z,p,i}, \Delta_{m,p,i}$
			znane	nieznane	
			$\Delta_{o,s,z}, \Delta_{z,s,z}, \Delta_{m,s,z}$	$\Delta_{o,s,n}, \Delta_{z,s,n}, \Delta_{m,s,n}$	

Niezbędny jest tu szereg komentarzy:

- Błędy 1) ... 4) indeksowane są kolejnym numerem obserwacji  $i = 1 \dots n$ , ponieważ ich wartości mogą podlegać zmianom pomiędzy obserwacjami.
- Pozorny błąd przypadkowy (pozorny — ponieważ określony względem estymatora  $q_{w,e}$  wartości oczekiwanej  $Eq_w$  wskazania, a nie względem tej wartości oczekiwanej) jest tutaj zdefiniowany jako  $q_{w,e} - q_{w,i}$ , a nie, jak to często się czyni, jako  $q_{w,i} - q_{w,e}$ . Jest to konsekwencją sposobu formalnego przekształcania wzoru (1), zastosowanego w tablicy 1.
- Nazwanie błędu 5) poprawką może wydawać się kontrowersyjne. Jest to jednak również konsekwencją przyjętego sposobu przekształcania wzoru (1). Wzór (3) ma postać zgodną z tradycją, wynika z niego bowiem ogólnie przyjęty sposób obliczania ostatecznej oceny wartości prawdziwej — wartości pozornie prawdziwej  $q_o$ .

$$q_o = q_{w,e} + p, \quad (4)$$

jako sumy wartości średniej wskazań i poprawki.

Każdy z błędów procedury fizycznej: aparaturowy  $\Delta_{a,i}$ , od zakłóceń  $\Delta_{z,i}$ , metody  $\Delta_{m,i}$  można, ogólnie biorąc, rozdzielić na część systematyczną (wartość oczekiwaną), niezależną od numeru obserwacji  $i$ , indeksowaną symbolem  $s$ , a więc odpowiednio:  $\Delta_{a,s}, \Delta_{z,s}, \Delta_{m,s}$ , oraz na część przypadkową (losową), zależną od numeru obserwacji  $i$ , stanowiącą wycentrowaną zmienną losową i indeksowaną symbolem  $p$ , a więc odpowiednio:  $\Delta_{a,p,i}, \Delta_{z,p,i}, \Delta_{m,p,i}$ . To rozdzielenie błędów reprezentują równania:

$$\begin{aligned} \text{błąd aparaturowy} & \quad \Delta_{a,i} = \Delta_{a,s} + \Delta_{a,p,i}, \\ \text{błąd od zakłóceń} & \quad \Delta_{z,i} = \Delta_{z,s} + \Delta_{z,p,i}, \\ \text{błąd metody} & \quad \Delta_{m,i} = \Delta_{m,s} + \Delta_{m,p,i}. \end{aligned} \quad (5)$$

Komentarza może wymagać pojęcie części systematycznej  $\Delta_{z,s}$  błędu od zakłóceń. Należy ją rozumieć jako błąd wywołany stałymi w czasie trwania pomiaru odchyleniami czynników i wielkości wpływających od ich stanów odniesieniowych.

Istotne wreszcie dla dalszych rozważań jest rozdzielenie każdej z części systematycznych  $\Delta_{a,s}, \Delta_{z,s}, \Delta_{m,s}$  błędów procedury fizycznej na część znaną (w pełni: co do modułu i znaku), indeksowaną symbolem  $z$ , a więc odpowiednio:  $\Delta_{a,z}, \Delta_{z,z}, \Delta_{m,z}$ , i część nieznaną (oceniającą następnie wyłącznie przedziałowo), indeksowaną symbolem  $n$ , a więc odpowiednio:  $\Delta_{a,s,n}, \Delta_{z,s,n}, \Delta_{m,s,n}$ . To rozdzielenie części systematycznych błędów procedury fizycznej reprezentują równania:

$$\begin{aligned} \text{część systematyczna błędu aparaturowego} & \quad \Delta_{a,s} = \Delta_{a,z,s} + \Delta_{a,s,n}, \\ \text{część systematyczna błędu od zakłóceń} & \quad \Delta_{z,s} = \Delta_{z,z,s} + \Delta_{z,s,n}, \\ \text{część systematyczna błędu metody} & \quad \Delta_{m,s} = \Delta_{m,z,s} + \Delta_{m,s,n}. \end{aligned} \quad (6)$$

Sens tak rozbudowanej klasyfikacji błędów wyjaśnia się w znacznym stopniu przy rozpatrzeniu procedury intelektualnej pomiaru — procedury mającej na celu osiągnięcie najwyższej dokładności, możliwej dla danego zbioru obserwacji oraz ocenę osiągniętej dokładności za pomocą przyjętej miary.

Na procedurę osiągania wspomnianej najwyższej dokładności składają się dwa elementy:

- minimalizacja (w sensie statystycznym) całkowitego błędu przypadkowego, który stanowi sumę

$$\Delta_{C,p} = \Delta_{pp,i} + \Delta_{a,p,i} + \Delta_{m,p,i} \quad (7)$$

pozornego błędu przypadkowego  $\Delta_{pp,i}$  (jeden z błędów sztucznych — błędów procedury intelektualnej) i części przypadkowych  $\Delta_{a,p,i}, \Delta_{z,p,i}, \Delta_{m,p,i}$  błędów procedury fizycznej: aparaturowego  $\Delta_{a,i}$ , od zakłóceń  $\Delta_{z,i}$ , metody  $\Delta_{m,i}$ .

- kompensacja sumy części znanych  $\Delta_{a,s,z}, \Delta_{z,s,z}, \Delta_{m,s,z}$  błędów systematycznych  $\Delta_{a,s}, \Delta_{z,s}, \Delta_{m,s}$  (błędów procedury fizycznej pomiaru) za pomocą poprawki  $p$  (drugiego z błędów sztucznych — błędów procedury intelektualnej)

$$\Delta_{a,s,z} + \Delta_{z,s,z} + \Delta_{m,s,z} + p = 0 \quad \text{a stąd} \quad p = -(\Delta_{a,s,z} + \Delta_{z,s,z} + \Delta_{m,s,z}). \quad (8)$$

Wyjaśnia się tutaj rola i nazwa błędów procedury intelektualnej — są to błędy wprowadzone sztucznie (na drodze spekulacji myślowych) w celu umożliwienia minimalizacji (w sensie statystycznym) całkowitego błędu pomiaru  $\Delta_C$ .

Pozorny błąd przypadkowy  $\Delta_{pp,i}$  dany definicją (2) i występujący w równaniu (7), można przedstawić w postaci

$$\Delta_{pp,i} = q_{w,i} - q_{w,e} = (q_{w,i} - Eq_w) - (q_{w,e} - Eq_w). \quad (9)$$

Różnica  $q_{w,e} - Eq_w$  stanowi błąd estymatora  $q_{w,e}$  wartości oczekiwanej  $Eq_w$  wskazania, natomiast różnica  $q_{w,i} - Eq_w$  jest błędem przypadkowym procedury fizycznej pomiaru, czyli

$$q_{w,i} - Eq_w = \Delta_{a,p,i} + \Delta_{m,p,i}. \quad (10)$$

Zależności (7), (9) i (10) prowadzą do wniosku, że całkowity błąd przypadkowy  $\Delta_{C,p}$  stanowi ostatecznie różnica  $q_{w,e} - Eq_w$

$$\Delta_{C,p} = q_{w,e} - Eq_w, \quad (11)$$

czyli błąd estymatora  $q_{w,e}$  wartości oczekiwanej  $Eq_w$  wskazania.

Warunkiem zatem statystycznej minimalizacji całkowitego błędu przypadkowego jest zastosowanie najlepszego estymatora wartości oczekiwanej  $Eq_w$  wskazania – wartości średniej arytmetycznej wskazań  $q_{w,\bar{s}}$  czyli

$$q_{w,\bar{s}} = q_{w,e} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n q_{w,i}. \quad (12)$$

Podsumowaniem tych rozważań jest stwierdzenie, że warunkiem statystycznej minimalizacji całkowitego błędu pomiaru jest spełnienie zależności (12), (8) i (4). Gdy tak jest, całkowity błąd pomiaru  $\Delta_C$  — wzór (1) — stanowi suma

$$\Delta_C = \Delta_{C,p} + (\Delta_{a,s,z} + \Delta_{z,s,z} + \Delta_{m,s,z}). \quad (13)$$

W całkowitym błędzie pomiaru  $\Delta_C$  pozostają zatem jedynie składniki, które oceniać można wyłącznie przedziałowo – w najlepszym razie na określonych poziomach ufności. Nawiązując do sformułowań *Guide'a* [14], składnik  $\Delta_{C,p}$  oceniany przedziałowo metodami statystycznymi należałoby nazwać błędem typu A i oznaczać (zgodnie z symboliką tego artykułu) jako  $\Delta_A$ , a sumę



$\Delta_{a,s,n} + \Delta_{z,s,n} + \Delta_{m,s,n}$  ocenianą przedziałowo „innymi metodami” [14], błędem typu B i oznaczać jako  $\Delta_B$

$$\Delta_{C,p} = \Delta_A, \quad \Delta_{a,s,n} + \Delta_{z,s,n} + \Delta_{m,s,n} = \Delta_B \quad (14)$$

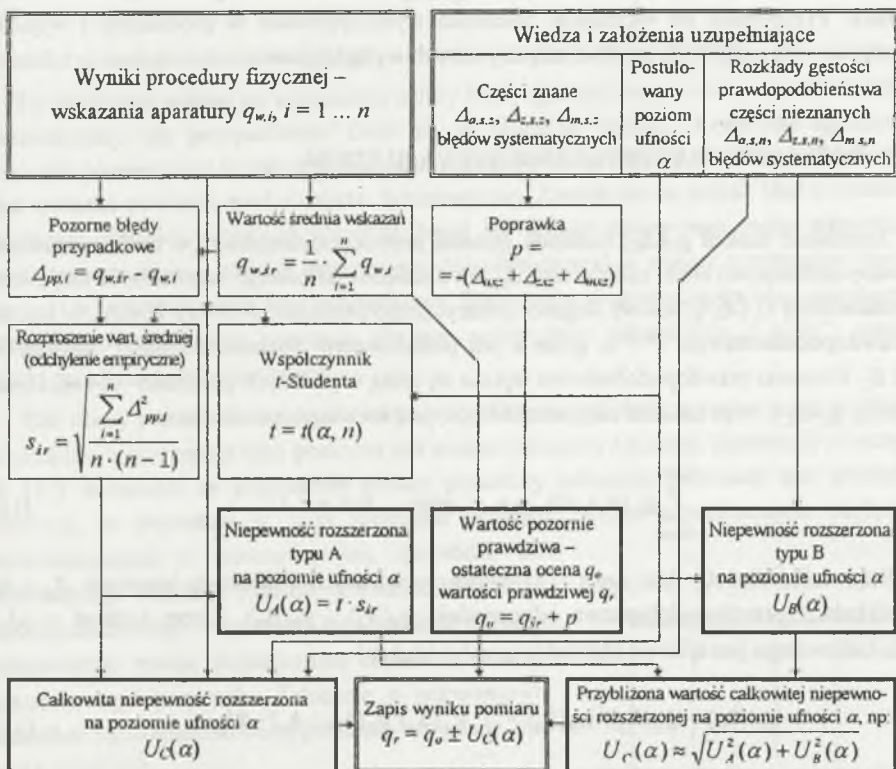
Ostatecznie zatem:

$$\Delta_C = \Delta_A + \Delta_B \quad (15)$$

gdzie:  $\Delta_C$  — całkowity błąd pomiaru,

$\Delta_A$  — składnik oceniany przedziałowo metodami statystycznymi,

$\Delta_B$  — składnik oceniany przedziałowo „innymi metodami”.



Rys.2. Schemat procedury intelektualnej  
Fig.2. Scheme of an intellectual procedure

Tu niezbędna jest uwaga, że *Guide* [14], skupiając uwagę na rozważaniach o niepewnościach typu A i typu B — przedziałowych miarach błędów, z niezrozumiałych przyczyn unika pojęcia błędu pomiaru. Wprowadzone tutaj błędy typu A oraz B należy zatem rozumieć jako błędy oceniane za pomocą niepewności odpowiednio typu A oraz B.

Unikanie pojęcia błędu przez poważny dokument międzynarodowy [14] stawia pod znakiem zapytania użyteczność tego pojęcia. Zdaniem autora użyteczność pojęcia błędu wiąże się z prostotą jego definicji (1) i analizy — rozdzielania na składniki według przyczyn powstawania i charakteru — losowego lub zdeterminowanego. Ułatwia to wnikanie w istotę procedury pomiarowej i jej doskonalenie. W analizie dokładności pomiaru błąd jest pojęciem pierwotnym, a uzasadnione hipotezy odnośnie do rozkładu jego gęstości prawdopodobieństwa prowadzą do określenia wartości miary dokładności pomiaru — niepewności.

Na zakończenie rozważań tego rozdziału na rys.2 pokazano schemat procedury intelektualnej pomiaru. Przypomina on ważniejsze zależności wykorzystywane w procedurze i wyjaśnia dodatkowo rolę niektórych spośród rozpatrywanych wyżej błędów.

### 3. ROZKŁADY PRAWDOPODOBIENSTWA BŁĘDÓW

Znajomość funkcji  $g_C(\Delta_C)$  rozkładu gęstości prawdopodobieństwa (w skrócie: rozkładu prawdopodobieństwa) błędu całkowitego  $\Delta_C$  jest niezbędna do ścisłego wyznaczenia niepewności rozszerzonej  $U_C(\alpha)$ , tj. połowy długości symetrycznego przedziału  $(-U_C(\alpha), U_C(\alpha))$ , w którym z prawdopodobieństwem  $P = \alpha$ , gdzie  $\alpha$  jest postulowanym poziomem ufności, zawiera się błąd  $\Delta_C$ . Ponieważ prawdopodobieństwo wyraża się całką w podanych granicach  $-U_C(\alpha), U_C(\alpha)$  z funkcji  $g_C(\Delta_C)$ , więc szukana niepewność  $U_C(\alpha)$  jest rozwiązaniem równania

$$\int_{-U_C(\alpha)}^{U_C(\alpha)} g_C(\Delta_C) \cdot d\Delta_C = \alpha, \quad \text{gdzie} \quad 0 < \alpha < 1. \quad (16)$$

Błąd całkowity  $\Delta_C$  jest sumą (15) dwóch niezależnych zmiennych losowych  $\Delta_A$  i  $\Delta_B$  o rozkładach prawdopodobieństwa odpowiednio  $g_A(\Delta_A)$  i  $g_B(\Delta_B)$ . Zatem rozkład  $g_C(\Delta_C)$  błędu całkowitego jest splotem rozkładów  $g_A(\Delta_A)$  i  $g_B(\Delta_B)$

$$g_C(\Delta_C) = g_A(\Delta_A) * g_B(\Delta_B) = \int g_A(\Delta_A) g_B(\Delta_C - \Delta_A) \cdot d\Delta_A. \quad (17)$$

Przyjmuje się, że rozkład  $g_A(\Delta_A)$  błędu  $\Delta_A$  jest rozkładem Studenta o  $\nu = n - 1$  stopniach swobody — jako rozkład wartości średniej arytmetycznej  $n$ -elementowej próby z populacji o rozkładzie normalnym. Jest to konsekwencją procedury statystycznej minimalizacji błędu całkowitego  $\Delta_C$ , przedstawionej w rozdz. 2, w której milcząco założono, że obserwacje  $q_{w,i}$  mają rozkład normalny.

Ze wzoru (14) wynika, że rozkład  $g_B(\Delta_B)$  błędu  $\Delta_B$  jest spłotem rozkładów błędów  $\Delta_{a,s,n}$ ,  $\Delta_{z,s,n}$ ,  $\Delta_{m,s,n}$  — części nieznanych błędów systematycznych: aparaturowego, od zakłóceń i metody. Określenie rozkładu  $g_B(\Delta_B)$ , stanowiącego podstawę do wyznaczenia niepewności typu B, jest zadaniem trudnym. Stwierdzenie to jest zbieżne ze stwierdzeniem *Guide'a* [14], że określenie niepewności typu B wymaga szczególnej wiedzy i umiejętności mierzącego. Częsty jest jednak szczególnie przypadek, gdy wśród nieznanych błędów systematycznych dominuje błąd aparaturowy. Ma to miejsce przy dobrze przemyślanych i przygotowanych pomiarach realizowanych w warunkach odniesieniowych — błędy  $\Delta_{z,s,n}$  i  $\Delta_{m,s,n}$  mają wówczas znikome wartości. Taki przypadek jest dalej rozpatrywany. Zakłada się ponadto, że do wskazań aparatury nie wprowadza się poprawek, co oznacza, że składnik  $\Delta_{a,s,n}$  mieści w sobie cały błąd aparaturowy  $\Delta_a$ . Ostatecznie zatem błąd  $\Delta_B$  identyfikuje się z błędem aparaturowym

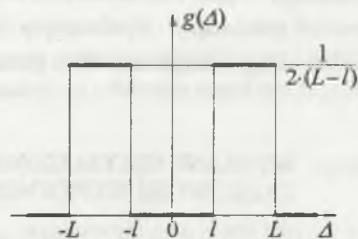
$$\Delta_B = \Delta_a, \quad (18)$$

a rozkład prawdopodobieństwa  $g_B(\Delta_B)$  — z rozkładem błędu aparaturowego.

Tu niezbędne wydaje się wyjaśnienie natury błędu aparaturowego — czy ma on charakter systematyczny, czy przypadkowy? Otóż ma on charakter dwoisty. Konkretny egzemplarz przyrządu pomiarowego w stałych warunkach pomiaru powinien mieć powtarzalne wskazania — błąd wskazań powinien mieć charakter systematyczny. Zwykle jest to jednak błąd o nieznannej punktowo wartości, natomiast znane są (lepiej lub gorzej) pewne jego cechy statystyczne (w najlepszym razie — rozkład gęstości prawdopodobieństwa) w zbiorze przyrządów danego typu — i w tym sensie jest to błąd przypadkowy. Zdarzeniem randomizującym błąd aparaturowy konkretnego egzemplarza przyrządu jest jego wybór (przy zakupie lub „z półki”) spośród wielu „takich samych” przyrządów.

Dla oceny postaci rozkładu gęstości prawdopodobieństwa błędu aparaturowego w zbiorze przyrządów tego samego typu pomocna jest analiza procedury adiustacji (kalibracji) przyrządu. W [17] wykazano na przykładzie analizy procedury adiustacji, nazwanej tam procedurą krokową, że procedura ta, przy spełnieniu pewnych założeń uzasadnionych względami metrologicznymi i ekonomicznymi, prowadzi do jednostajnego rozkładu gęstości prawdopodobieństwa błędu aparaturowego. Parametrem tego rozkładu jest jego półszerokość równa dopuszczalnej wartości  $L$  błędu aparaturowego przyrządu. Założenie o jednostajnym rozkładzie błędu aparaturowego jest często spotykane, np. w [1], [4] ÷ [12].

Możliwa jest sytuacja, gdy spośród przyrządów o błędzie dopuszczalnym  $L$  i jednostajnym rozkładzie prawdopodobieństwa błędu aparaturowego wyselekcjonowano przyrządy o mniejszym błędzie dopuszczalnym  $l$  (zwykle



Rys.3. Rozkład bijednostajny  
Fig.3. Bi-rectangular distribution

$l \approx L/2$ ). Wówczas błąd aparaturowy w zbiorze przyrządów o błędzie dopuszczalnym  $L$  charakteryzuje się rozkładem bijednostajnym [9, 12, 17], jak na rys.3.

Zakładanie, że błąd aparaturowy ma rozkład jednostajny lub bijednostajny wydaje się więc dobrze uzasadnione, z wyjątkiem przypadków, gdy aparatura pomiarowa nie jest adiustowana jako całość, lecz powstaje w wyniku złożenia pewnej liczby osobno adiustowanych elementów. Wtedy rozkład prawdopodobieństwa błędu aparaturowego jest splotem odpowiedniej liczby rozkładów jednostajnych i/lub bijednostajnych [17].

#### 4. NIEPEWNOŚĆ I BŁĄD GRANICZNY POMIARU

Pojęcie niepewności pomiaru związane jest z probabilistycznym opisem wyniku pomiaru. Guide [14] rozróżnia niepewność standardową i niepewność rozszerzoną. Całkowita **niepewność rozszerzona**  $U_C(\alpha)$ , nazywana dalej wprost niepewnością, stanowi połowę długości takiego symetrycznego przedziału, że **prawdopodobieństwo**, iż błąd całkowity  $\Delta_C$  zawiera się w tym przedziale, jest **równe postulowanemu poziomowi ufności**  $\alpha$ . Ścisła wartość  $U_C(\alpha)$  jest rozwiązaniem równania (16) i jest skończona dla rozpatrywanych w rozdz. 3 rozkładów prawdopodobieństwa błędów, gdy  $\alpha < 1$ .

**Błąd graniczny**, rozumiany dosłownie, jest natomiast połową długości symetrycznego przedziału, w którym **błąd zawiera się na pewno**. Tak rozumiany błąd graniczny jest identyczny z niepewnością na poziomie ufności równym 1 — jest nieskończenie wielki i nieprzydatny w praktyce w przypadku takich rozkładów, jak rozkład normalny i Studenta. Dla rozkładu jednostajnego i bijednostajnego (rys.3) jest on natomiast równy wartości  $L$ . Stosowana w praktyce definicja błędu granicznego, określająca go jako połowę długości symetrycznego przedziału, w którym błąd mieści się z wysokim prawdopodobieństwem, jest nieelegancka, ponieważ wymaga arbitralnego określenia wartości owego „wysokiego prawdopodobieństwa”.

Zdaniem autora należałoby zrezygnować z pojęcia błędu granicznego jako niejednoznacznego. Pojęcie niepewności nie stwarza takich trudności. W przypadku rozkładów, takich jak rozkład jednostajny i bijednostajny (rys.3), istniejący w dosłownym znaczeniu błąd graniczny można zastąpić niepewnością na poziomie ufności równym 1.

#### 5. WYBRANE PRZYBLIŻONE METODY OKREŚLANIA CAŁKOWITEJ NIEPEWNOŚCI POMIARU I ICH KRYTYCZNA OCENA

Dokładne obliczenie niepewności pomiaru jako rozwiązania równania (16) jest uciążliwe i czasochłonne. Dlatego poszukuje się rozwiązań przybliżonych [6] = [16]. Gdy błąd typu A

jest błędem przypadkowym o odchyleniu empirycznym  $s_{sr}$  (rys.2), a błąd typu B – błędem aparaturowym o odchyleniu standardowym

$$\sigma_s = \begin{cases} L/\sqrt{3} & \text{dla rozkładu jednostajnego,} \\ \sqrt{7/12} \cdot L & \text{dla rozkładu bijednostajnego,} \end{cases} \quad (19)$$

*Guide* (14) zaleca formułę, która dla rozpatrywanego często podstawowego przypadku [4] ÷ [6], [8] + [12] w symbolice autora tego artykułu przybiera postać:

$$U_C(\alpha) \approx U_{C\text{Guide}} = k_C \sqrt{s_{sr}^2 + \sigma_s^2}. \quad (20)$$

Zalecanymi wartościami współczynnika rozszerzenia (coverage factor)  $k_C$  są:

$$k_C = \begin{cases} 2 & \text{dla } \alpha = 95\% \\ 3 & \text{dla } \alpha = 99\% \end{cases} \quad (21)$$

W [6], [8], [9], [12] analizowano natomiast m.in. przybliżenie niepewności  $U_C(\alpha)$  sumą geometryczną cząstkowych niepewności rozszerzonych:

$$U_C(\alpha) \approx U_{C\text{geom}} = \sqrt{U_A^2(\alpha) + U_B^2(\alpha)}, \quad (22)$$

niepewności rozszerzonej typu A na poziomie ufności  $\alpha$ :

$$U_A(\alpha) = t(\alpha, \nu) s_{sr}, \quad t \text{ — współczynnik } t\text{-Studenta dla } \nu \text{ stopni swobody} \quad (23)$$

i niepewności rozszerzonej typu B na poziomie ufności  $\alpha$ :

$$U_B(\alpha) = \begin{cases} a \cdot L & \text{dla rozkładu jednostajnego,} \\ (1 + \alpha) \cdot L/2 & \text{dla rozkładu bijednostajnego.} \end{cases} \quad (24)$$

Należy tutaj zauważyć, że *Guide* [14] nie wprowadza pojęcia cząstkowych niepewności rozszerzonych typu A i typu B.

Każde z przybliżeń (20) i (22) daje, ogólnie biorąc, inną wartość całkowitej niepewności rozszerzonej, różną od wartości poprawnej. Miarą niedoskonałości przybliżenia może być [6], [8], [9], [12] różnica

$$\Delta \alpha = \gamma - \alpha, \quad (25)$$

między odpowiadającym wybranemu przybliżeniu  $U_{C\text{przybl}}$  wynikowym poziomem ufności  $\gamma$ :

$$\gamma = \int_{-U_{C\text{przybl}}}^{U_{C\text{przybl}}} g_C(\Delta_C) d\Delta_C \quad (26)$$

a postulowanym poziomem ufności  $\alpha$ .

Szczegółową analizę sumy geometrycznej z punktu widzenia miary (25) przedstawiono we wspomnianej publikacji [9]. Tutaj ograniczono się do tabelarycznego zestawienia (tabl. 2) wartości tej miary dla dwóch wartości postulowanego poziomu ufności  $\alpha$ : 99% i 95% oraz dla dwóch rozpatrywanych przybliżeń całkowitej niepewności rozszerzonej  $U_C(\alpha)$  — wg *Guide 'a*  $U_C$  *Guide* (20) i sumy geometrycznej  $U_C$  *geom* (22). Przyjęto też założenie, że błąd  $\Delta_B$  ma rozkład jednostajny. Wartość miary  $\Delta\alpha$  jest funkcją stosunku  $U_B(\alpha)/U_A(\alpha)$  cząstkowych niepewności rozszerzonych — (23), (24). W tabl. 2 wartości tej miary podano dla czterech wartości tego stosunku: skrajnych — 0 i  $\infty$  oraz takich, dla których wartość miary jest ekstremalna. Dane w tabl. 2 mają postać ułamka: licznik podaje wartość miary  $\Delta\alpha$ , a mianownik — wartość stosunku  $U_B(\alpha)/U_A(\alpha)$ .

Ujemne wartości miary  $\Delta\alpha$  (25) oznaczają, że wynikowy poziom ufności  $\gamma$  (26) jest niższy od postulowanego  $\alpha$  — poziom ufności jest zanizony. Przybliżenie całkowitej niepewności rozszerzonej  $U_C(\alpha)$  sumą geometryczną (22) — zacięniowane kolumny tabl. 2 — na ogół zaniża poziom ufności, ale to zniżenie jest zwykle znacznie mniejsze (z wyjątkiem przypadków wyróżnionych intensywniejszym cieniowaniem) niż zniżenie wywołane przybliżeniem (20) wg *Guide 'a*. Sumowanie geometryczne daje poprawne wyniki przy dominacji jednej z niepewności cząstkowych. Tej ostatniej cechy nie ma przybliżenie wg *Guide 'a*.

Suma geometryczna jako przybliżenie niepewności rozszerzonej ma zarówno zwolenników, jak i przeciwników. W dyskusji na Sympozjum nt. „Elektrycznych pomiarów dokładnych” w Gliwicach w dniach 19-21 listopada 1997 r. — wypowiedzi J. Jakubca i T. Skubisa wykazały, że sumowanie geometryczne jest chętnie stosowane w zespole Instytutu Metrologii i Automatyki Elektrotechnicznej Politechniki Śląskiej. Przykładem może być publikacja [18].

Przybliżenia sumą geometryczną nie można jednak stosować bezkrytycznie — w innych, nie pokazanych tutaj sytuacjach, wspomniane zaniżenie poziomu ufności może być znacznie większe. Na przykład, według [9], w sytuacji różniącej się od wyżej rozpatrywanej tym, że błąd typu B ma rozkład bijednostajny, zaniżenie może sięgać ok. 7,4% dla  $\alpha = 95\%$  przy  $\nu = \infty$  oraz  $U_B(\alpha)/U_A(\alpha) \approx 1.7$ .

Stosunkowo łatwe obliczeniowo są następujące przykłady:

- Błąd całkowity jest sumą dwóch niezależnych składników o takich samych rozkładach jednostajnych o półszerokości  $L$ , ma zatem rozkład trójkątny o półszerokości  $2 \cdot L$  i wysokości  $1/(2 \cdot L)$ . Niepewności cząstkowe na poziomie ufności  $\alpha = 100\%$  mają wartości równe  $L$ , a ich suma geometryczna — wartość  $\sqrt{2} \cdot L$ . Przedział błędu całkowitego ( $-\sqrt{2} \cdot L$ ,  $\sqrt{2} \cdot L$ ) nie obejmuje całego pola powierzchni pod wykresem funkcji gęstości prawdopodobieństwa błędu całkowitego — poza obszarem ograniczonym wymienionymi wartościami błędu pozostają dwa pola, każde o kształcie trójkąta prostokątnego o podstawie  $(2 - \sqrt{2}) \cdot L$  i wysokości  $(2 - \sqrt{2})/(4 \cdot L)$ . Jeśli zatem jako całkowitą niepewność rozszerzoną przyjmą wartość sumy geometrycznej  $\sqrt{2} \cdot L$ , to wynikowy poziom ufności  $\gamma$  osiągnie wartość:

$$1-2 \text{ pola ww. trójkątów} = 1 - 2(1/2)(2 - \sqrt{2}) \cdot L \cdot (2 - \sqrt{2}) / (4 \cdot L) \approx 0,914 = 91,4\%.$$

Jest to poziom ufności znacznie niższy od postulowanego  $\alpha = 100\%$ .

Tablica 2

Zestawienie wartości miary niedoskonałości (25)

przybliżen całkowitej niepewności rozszerzonej  $U_C(\alpha)$  o postaci wg *Guide'a* (20) i o postaci sumy geometrycznej (22) cząstkowych niepewności rozszerzonych  $U_A(\alpha)$  i  $U_B(\alpha)$

v	1		2		3		6		$\infty$	
	<i>Guide</i>	geom.	<i>Guide</i>	geom.	<i>Guide</i>	geom.	<i>Guide</i>	geom.	<i>Guide</i>	geom.
wartość $\Delta\alpha$ w % dla $\alpha = 99\%$ $U_B(\alpha)/U_Z(\alpha)$										
<i>pocz.</i>	$\frac{-19,5\%}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{-8,5\%}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{-4,8\%}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{-1,4\%}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{-0,7\%}{0}$	$\frac{0}{0}$
<i>min.</i>	j.w.	*)	j.w.	**)	j.w.	$\frac{-0,5\%}{3,1}$	j.w.	$\frac{-1,4\%}{2,4}$	j.w.	$\frac{-2,56\%}{1,8}$
<i>maks.</i>	$\frac{1,0\%}{\infty}$	$\frac{-0,5\%}{5,9}$	$\frac{1,0\%}{\infty}$	**)	$\frac{1,0\%}{\infty}$	*)	$\frac{1,0\%}{\infty}$	*)	$\frac{1,0\%}{\infty}$	*)
<i>końc.</i>	j.w.	$\frac{0}{\infty}$	j.w.	$\frac{0}{\infty}$	j.w.	$\frac{0}{\infty}$	j.w.	$\frac{0}{\infty}$	j.w.	$\frac{0}{\infty}$
dla $\alpha = 95\%$										
<i>pocz.</i>	$\frac{-24,5\%}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{-13,3\%}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{-8,9\%}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{-4,3\%}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{-0,4\%}{0}$	$\frac{0}{0}$
<i>min.</i>	j.w.	$\frac{-0,4\%}{10}$	j.w.	**)	j.w.	$\frac{-0,6\%}{1,6}$	j.w.	$\frac{-1,2\%}{1,5}$	j.w.	$\frac{2,0\%}{1,4}$
<i>maks.</i>	$\frac{5,0\%}{\infty}$	$\frac{0,9\%}{2,3}$	$\frac{5,0\%}{\infty}$	**)	$\frac{5,0\%}{\infty}$	$\frac{0,1\%}{15}$	$\frac{5,0\%}{\infty}$	$\frac{0,1\%}{15}$	$\frac{5,0\%}{\infty}$	$\frac{0,2\%}{15}$
<i>końc.</i>	j.w.	$\frac{0}{\infty}$	j.w.	$\frac{0}{\infty}$	j.w.	$\frac{0}{\infty}$	j.w.	$\frac{0}{\infty}$	j.w.	$\frac{0}{\infty}$

Objaśnienia i uwagi:

v — liczba stopni swobody w rozkładzie Studenta błędu typu A,

*pocz.* — wartość „początkowa” — dla  $U_B(\alpha)/U_A(\alpha) = 0$ ,

*min.* — wartość w minimum, *maks.* — wartość w maksimum,

*końc.* — wartość „końcowa” — dla  $U_B(\alpha)/U_A(\alpha) = \infty$ ,

\*) — ekstremum niezauważalne,

\*\*) — dla  $v = 2$  zachodzi  $\Delta\alpha = 0 = \text{const} \cdot f(U_B(\alpha)/U_A(\alpha))$  — brak ekstremów, suma geometryczna daje wynik poprawny.

Błąd całkowity jest sumą  $n \gg 1$  niezależnych błędów o takich samych rozkładach jednostajnych o półszerokości  $L$ , ma zatem, praktycznie biorąc, rozkład normalny (ze względu na  $n \gg 1$  i centralne twierdzenie graniczne rachunku prawdopodobieństwa). Niepewności cząstkowe na poziomie ufności  $\alpha = 95\%$  mają wartości  $0,95 \cdot L$ , a ich suma geometryczna — wartość  $0,95 \cdot L \cdot \sqrt{n}$ . Odchylenie standardowe każdego ze składników błędu ma wartość  $L/\sqrt{3}$ , a odchylenie standardowe błędu całkowitego jest  $\sqrt{n}$ -krotnie większe — ma wartość  $\sqrt{n} \cdot L/\sqrt{3}$ . Jeśli jako niepewność całkowitą przyjąć  $0,95 \cdot L \cdot \sqrt{n}$ , to oznaczać to będzie przyjęcie współczynnika rozszerzenia (stosunku niepewności rozszerzonej do odchylenia standardowego błędu całkowitego) o wartości

$$(0,95 \cdot L \cdot \sqrt{n}) / (\sqrt{n} \cdot L/\sqrt{3}) = 0,95 \cdot \sqrt{3} \approx 1,65.$$

Tej wartości współczynnika rozszerzenia przy rozkładzie normalnym odpowiada poziom ufności  $\gamma \approx 90\%$ , niższy od postulowanego  $\alpha = 95\%$ .

## LITERATURA

1. Trzetrzeviński S.: Dokładność pomiarów elektrycznych. Maszynopis referatu wygłoszonego we Wrocławiu w latach 50., 24 s.
2. Bek J.: Błąd a niepewność pomiaru. Materiały VII Krajowej Konferencji Metrologii, t. I. Politechnika Warszawska, s. 25÷30, Warszawa 1995.
3. Kubisa S.: O niektórych problemach dydaktyki podstaw metrologii. Materiały VII Krajowej Konferencji Metrologii, t. I. Politechnika Warszawska, s. 81÷86, Warszawa 1995.
4. Turzeniecka D., Waśkiewicz Z.: Wybrane problemy wspomaganego komputerowo statystycznej oceny niepewności pomiaru. Materiały VII Krajowej Konferencji Metrologii, t. I. Politechnika Warszawska, s. 135÷142, Warszawa 1995.
5. Turzeniecka D., Waśkiewicz Z.: Analiza sytuacji niejednoznacznych w ocenie niepewności wyniku pomiarów. Metrologia i Systemy Pomiarowe, z. 1, Warszawa 1996.
6. Kubisa S., Turzeniecka D.: Evaluation of some Approximated Methods of Measurement Uncertainty Estimation. Proc. of the Third International Symposium on Methods and Models in Automation and Robotics, 10÷13 Sept. 1996, Międzyzdroje, s. 537÷542.
7. Turzeniecka D., Kubisa S.: Error and Uncertainty in Measurement – Teaching Problems. Proc. of 3rd East-West Congress on Engineering Education, Gdynia, 15÷20 September 1996, s. 118÷122.
8. Turzeniecka D., Kubisa S.: The Measures of Imperfection of Chosen Approximated Methods of Combined Expanded Uncertainty Estimation in Measurement. Metrologia i Systemy Pomiarowe, z. 3 – 4/1996, s. 143÷155, Warszawa 1997.
9. Kubisa S.: Geometric Sum of the Expanded Uncertainties as an Estimate of the Combined Expanded Uncertainty in Measurement. Metrologia i Systemy Pomiarowe, z. 3 – 4/1996, s. 157÷167, Warszawa 1997.



10. Kubisa S., Turzeniecka D.: Analiza porównawcza pewnych przybliżonych metod oceny niepewności. Materiały III Szkoły-Konferencji „Metrologia wspomagana komputerowo”, Zegrze k. Warszawy, 19÷22 maja 1997, t. 2, s. 13÷18.
11. Turzeniecka D.: Relations Between Selected Uncertainties and Their Influence on the Accuracy of Various Evaluation. Proc. of the 4th International Symposium on Methods and Models in Automation and Robotics, 26÷29 Aug. 1997, Międzyzdroje, t. 2, s. 573÷578.
12. Kubisa S.: Generalised Geometric Sum of the Expanded Uncertainties as an Estimate of Combined Expanded Uncertainty. Proc. of the 4th International Symp. on Methods and Models in Automation and Robotics, 26÷29 Aug. 1997, Międzyzdroje, t. 2, s. 593÷598.
13. Jaworski J. M.: Niedokładność, błąd, niepewność. Materiały XXIX Międzyuczelnianej Konferencji Metrologów, Nałęczów 10÷12 września 1997 r., Lublin 1997, s. 197÷216.
14. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. ISO/IEC/OIML/BIPM, first edition (1992).
15. Jaworski J. M.: Matematyczne podstawy metrologii. WNT, Warszawa 1979.
16. Kubisa S.: Podstawy metrologii. Wyd. Uczeln. Politechniki Szczecińskiej, Szczecin 1995.
17. Kubisa S.: Studium rozkładów gęstości prawdopodobieństwa błędów pomiaru. PAN, O. w Katowicach, Prace Komisji Metrologii PAN, Seria: Konferencje nr 1, Podstawowe Problemy Metrologii, Gliwice – Ustroń 1998, s. 106÷116.
18. Jakubiec J., Al Raimi H.: Niepewność pomiaru a/c wartości chwilowych przebiegów sinusoidalnie zmiennych. ZN Pol. Śl., s. Elektryka, z. 158, s. 83 – 91, Gliwice 1997.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jan Zakrzewski

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 grudnia 1997 r.

## Abstract

The paper suggests, that a thorough classification and analysis of the measurement error components, their sources and probability density distributions, ought to be a basis of a measurement uncertainty evaluation. The approach is different than the one presented by the *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* [14], which rather avoids the concept of the error. The propositions of the errors classification are given in the first part of the paper.

The second part of the paper deals with the problems of the concepts of a limit error and an uncertainty of measurement. It treats the limit error as the expanded uncertainty on a confident level equal to certainty and concludes, that the limit error concept is rather not accepted in the contemporaries, when the probability approach is dominant.

The problems of a calculation of the combined expanded uncertainty are considered in the third part of the paper. A comparison of two methods of the calculation: the method recommended by *Guide* and the method of the geometric sum of two partial expanded uncertainties is presented. The consideration proves, that the geometric sum method may be better than the *Guide*'s one. Some limitations of the geometric sum method are shown as well.

Jan SZMYTKIEWICZ  
Politechnika Zielonogórska

## CYFROWA ADIUSTACJA KALIBRATORA UNIWERSALNEGO

**Streszczenie.** W artykule przedstawiony został sposób realizacji cyfrowej adiustacji kalibratora uniwersalnego napięć i prądów stałych i przemiennych typu C101. Polega na zastąpieniu analogowych elementów regulacyjnych, wyznaczanymi w procesie wzorcowania, współczynnikami poprawki, które są zapamiętywane w części cyfrowej kalibratora.

## DIGITAL CALIBRATION

**Summary.** The method of digital calibration of DC/AC voltage and current multi-function calibrator of type C101 is described in the paper. This method consists in replacement of analog trimmers by correction coefficients determined during the process of calibration and then stored in memory of the calibrator digital part.

### 1. WSTĘP

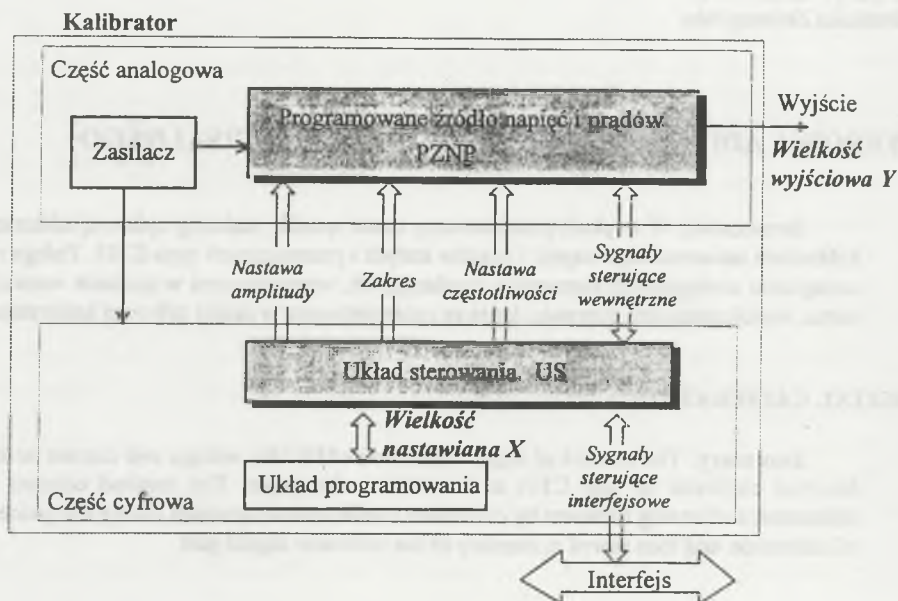
Kalibratory uniwersalne napięcia i prądu są szerokokresowymi programowanymi źródłami napięć i prądów stałych i przemiennych. Kalibrator uniwersalny typu C101 umożliwia nastawianie i wytwarzanie napięć w zakresie  $1 \text{ mV} \div 1000 \text{ V}$  i prądów w zakresie  $10 \text{ }\mu\text{A} \div 20 \text{ A}$  zarówno stałych, jak i przemiennych w paśmie częstotliwości  $40 \text{ Hz} \div 5 \text{ kHz}$ .

Każdy kalibrator w procesie produkcji przechodzi etap adiustacji. Adiustacja w całości lub w ograniczonym zakresie może być również wymagana w czasie eksploatacji. Ponieważ kalibrator uniwersalny jest przyrządem pomiarowym wielozakresowym, proces adiustacji jest pracochłonny i wymaga wysoko kwalifikowanego personelu do jego realizacji.

W kalibratorze uniwersalnym typu C101 część cyfrowa kalibratora zrealizowana jest w oparciu o mikroprocesorowy układ sterowania. Pozwala to na zrealizowanie cyfrowej adiustacji.

Na rys.1 przedstawiony został model kalibratora uniwersalnego, w którym wyróżniono część analogową i część cyfrową [1]. Część cyfrowa składa się z układu sterowania wraz z układem programowania i interfejsem. Układ programowania umożliwia zadawanie wartości

wielkości nastawianej  $X$  reprezentowanej parametrami takimi, jak amplituda i częstotliwość. Na wyjściu kalibratora wytwarzana jest wielkość wyjściowa  $Y$  reprezentowana również parametrami takimi, jak amplituda i częstotliwość.



Rys.1. Model kalibratora  
Fig.1. Model of the calibrator

Związek funkcjonalny między wielkością nastawioną a wielkością wyjściową opisuje znamionowa charakterystyka przetwarzania, która dla kalibratora C101 jest liniowa i przyjmuje postać

$$Y_N = X. \quad (1)$$

Rzeczywista charakterystyka przetwarzania kalibratora jest przypadkową funkcją czasu, zależy od zmiany czynników zewnętrznych i zmiany obciążenia wyjścia oraz obarczona jest błędem systematycznym od adiustacji i dana jest wzorem

$$Y_R = (\delta_M Y + 1) X + \Delta_A Y, \quad (2)$$

gdzie:

$\Delta_A Y$  — składowa addytywna błędu odniesienia do wyjścia,

$\delta_M Y$  — składowa multiplikatywna błędu odniesiona do wyjścia.

Zatem proces adiustacji ma za zadanie możliwie skuteczne zredukowanie wartości składników  $\delta_M Y$  i  $\Delta_A Y$  wynikających ze zmiany wielkości wpływających.

## 2. ZAKRES CYFROWEJ ADIUSTACJI

W tablicy 1 zestawione zostały wybrane parametry metrologiczne kalibratora uniwersalnego, które mają znaczący wpływ na jego dokładność. Każda z tych charakterystyk może zostać objęta procesem cyfrowej adiustacji. W kalibratorze C101 cyfrową adiustacją objęto charakterystykę przetwarzania i charakterystykę częstotliwościową, ponieważ:

- cyfrowe wzorcowanie można zrealizować na drodze programowej bez rozbudowy części elektronicznej (np. charakterystyka temperaturowa wymaga pomiaru temperatury otoczenia, a charakterystyka obciążeniowa — pomiaru prądu obciążenia lub spadku napięcia na obciążeniu),
- decydują o wartość błędu podstawowego, który jest głównym błędem kalibratora,
- pozwalają na wyeliminowanie analogowych elementów regulacyjnych.

Tablica 1

Charakterystyki metrologiczne kalibratora możliwe do objęcia procesem cyfrowej adiustacji

Rodzaj charakterystyki	Efekt cyfrowej adiustacji	Wartość błędu definiowana w normie zakładowej [2] dla zakresu 1 V
Charakterystyka przetwarzania (wartość wielkości wyjściowej w funkcji nastawy)	Wyeliminowanie analogowych elementów regulacyjnych i zmniejszenie wartości błędu adiustacji przez zwiększenie liczby punktów, w których jest ona realizowana	Błąd podstawowy dla zakresu DC $\pm 0,02\%$ nastawy $\pm 0,004\%$ zakresu
Charakterystyka częstotliwościowa (dla zakresów przemiennych wartość wielkości wyjściowej w funkcji nastawy częstotliwości)	Zmniejszenie wartości błędu podstawowego dla zakresów sygnałów przemiennych	Nie specyfikowany (zawarty w wartości błędu podstawowego, który jest typowo 2÷5 razy większy niż dla zakresów DC)

Rodzaj charakterystyki	Efekt cyfrowej adiustacji	Wartość błędu definiowana w normie zakładowej [2] dla zakresu 1 V
Charakterystyka temperaturowa (wartość wielkości wyjściowej w funkcji temperatury)	Zmniejszenie wartości błędu dodatkowego spowodowanego zmianą temperatury otoczenia	Błąd dodatkowy $\pm 0,1$ wartości błędu podstawowego na $1^{\circ}\text{C}$
Charakterystyka obciążeniowa (wartość wielkości wyjściowej w funkcji rezystancji obciążenia)	Zmniejszenie wartości błędu dodatkowego spowodowanego zmianą rezystancji obciążenia	Błąd dodatkowy dla zakresu DC $\pm 0,003\%$ zakresu
Charakterystyka zasilania (wartość wielkości wyjściowej w funkcji napięcia sieci zasilającej)	Zmniejszenie wartości błędu podstawowego	Nie specyfikowany (zawarty w wartości błędu podstawowego)

### 3. ALGORYTM WYZNACZANIA WSPÓŁCZYNNIKÓW POPRAWKI

Cyfrowa adiustacja składa się z dwóch etapów: wzorcowania i automatycznej cyfrowej korekcji nastawy. W etapie wzorcowania wyznaczone są poprawki dla wybranej wartości wielkości wyjściowej z wykorzystaniem zewnętrznych wzorców [3]. Wyznaczone poprawki wykorzystane są do obliczenia i zapamiętania w części cyfrowej kalibratora współczynników korekcji. W etapie korekcji nastawy, w trakcie eksploatacji kalibratora, na podstawie zapamiętanych współczynników automatycznie korygowana jest w układzie sterowania US wartość wprowadzonej nastawy, a tym samym korygowana jest wartość wielkości wyjściowej generowanej na zaciskach wyjściowych.

Skorygowana wartość nastawy  $X_K$  powinna być tak dobrana, aby rzeczywista wartość  $Y_R$  wielkości wyjściowej dla dowolnej nastawy odtwarzała znamionową charakterystykę przetwarzania, tzn. aby spełniona została poniższa zależność:

$$Y_R = X_K. \quad (3)$$

Na podstawie wzorów (1) i (2) wartość  $X_K$  można wyznaczyć z równania:

$$X_K = (\delta_M Y + 1) X + \Delta_A Y. \quad (4)$$

Współczynniki  $\delta_M Y$  i  $\Delta_A Y$  w równaniu (4) są wyznaczone w pierwszym etapie cyfrowej adiustacji. Do ich wyznaczenia potrzebne jest rozwiązanie układu równań. Dane do jego rozwiązania można uzyskać dwoma sposobami:

- pierwszy, polegający na zapamiętaniu wprowadzonej nastawy oraz zmierzeniu i wprowadzeniu do części cyfrowej rzeczywistej wartości wielkości wyjściowej dla tej nastawy,
- drugi, polegający na zapamiętaniu w części cyfrowej wprowadzonej nastawy oraz tak zmodyfikowanej nastawy, aby wartość wielkości wyjściowej była równa wartości znamionowej dla wprowadzonej nastawy.

Do realizacji wybrany został sposób drugi, ponieważ:

- w procesie wyznaczania poprawki umożliwia wykorzystanie funkcji programowych kalibratora [4],
- pomiary z wykorzystaniem zewnętrznych wzorców realizowane są zawsze dla tych samych punktów pomiarowych, co stwarza możliwości zwiększenia dokładności wzorcowania,
- w systemie pomiarowym można wykorzystać wskaźnik zera [5].

Zgodnie z wybranym sposobem współczynniki  $\delta_M Y$  i  $\Delta_A Y$  są wyznaczone na podstawie następującego układu równań:

$$\begin{aligned} Y_O &= (\delta_M Y + 1) X_1 + \Delta_A Y, \\ Y_M &= (\delta_M Y + 1) X_2 + \Delta_A Y, \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie:

$Y_O$  i  $Y_M$  — wartości wielkości wyjściowej, dla których realizowane będzie wzorcowanie (punkty wzorcowania),

$X_1$  i  $X_2$  — nastawy, które są tak zmodyfikowanymi wprowadzonymi z klawiatury nastawami  $X_O$  i  $X_M$ , aby wynik pomiaru był równy odpowiednio  $Y_O$  i  $Y_M$ .

Rozwiązując powyższy układ równań oraz na podstawie równania (1) podstawiając  $X_M = Y_M$  i  $X_O = Y_O$ , można wyznaczyć współczynniki  $\delta_M Y$  i  $\Delta_A Y$

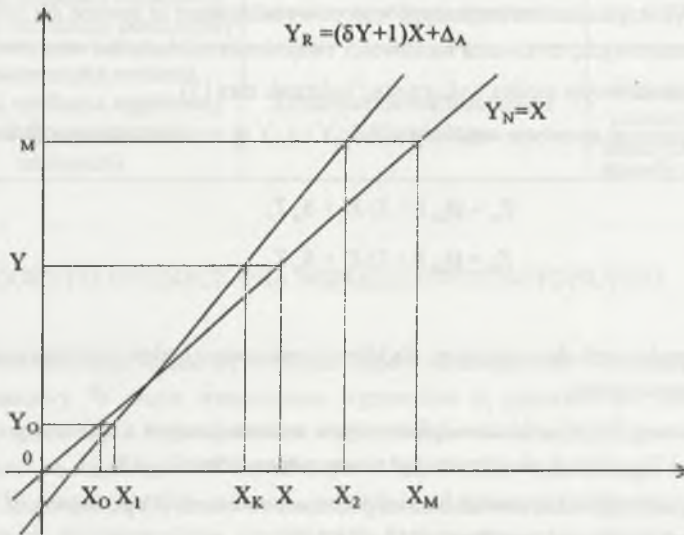
$$\begin{aligned} \delta_M Y + 1 &= \frac{X_M - X_O}{X_2 - X_1}, \\ \Delta_A Y &= X_O - X_1 \frac{X_M - X_O}{X_2 - X_1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Współczynniki są obliczane i zapamiętywane w części cyfrowej kalibratora. Na etapie korekcji, na podstawie obliczonych według wzoru (6) współczynników poprawki, wyznaczana jest skorygowana wartość nastawy wg wzoru (4).

Zasadę wyznaczania współczynników poprawki i korekcji nastawy zilustrowano na rys.2, gdzie przyjęto następujące oznaczenia:

$Y_O$  i  $Y_M$  — wartości wielkości wyjściowej wybrane jako punkty pomiarowe, w których zrealizowane będzie wzorcowanie,

- $X_0$  i  $X_M$  — wartości nastaw odpowiadające wartościom wielkości wyjściowej  $Y_0$  i  $Y_M$  według znamionowej charakterystyki przetwarzania,
- $X_1$  i  $X_2$  — wartości nastaw odpowiadające wartościom wielkości wyjściowej  $Y_0$  i  $Y_M$  według rzeczywistej charakterystyki przetwarzania,
- $X$  i  $Y$  — dowolna wprowadzona wartość nastawy i odpowiadająca jej wartość wielkości wyjściowej według znamionowej charakterystyki przetwarzania,
- $X_K$  — przeliczona na etapie korekcji wartość wprowadzonej nastawy  $X$ .



Rys. 2. Nominalna  $Y_N$  i przykładowa rzeczywista  $Y_R$  charakterystyka przetwarzania kalibratora  
Fig. 2. Nominal  $Y_N$  and real (exemplary)  $Y_R$  transform characteristics of the calibrator

#### 4. SPOSÓB REALIZACJI CYFROWEJ ADIUSTACJI

W kalibratorze C101 przyjęto, że adiustacji podlegać będzie charakterystyka przetwarzania dla każdego zakresu napięć i prądów stałych oraz dla każdego zakresu napięć i prądów przemiennych dla czterech nastaw częstotliwości.

Pierwszy etap cyfrowej adiustacji obejmujący wyznaczenie współczynników poprawki rozpoczyna się po podaniu hasła dostępu. Podanie prawidłowego hasła uaktywnia procedurę programowej obsługi cyfrowej adiustacji. Zasada obsługi kalibratora nie zmienia się. Po wybraniu zakresu kalibratora, dla którego będzie realizowana adiustacja, wprowadzana jest nastawa

(np.  $X_0$ ) odpowiadająca pierwszemu punktowi pomiarowemu. Przy wykorzystaniu funkcji modyfikacji nastawy [1], [4] wprowadzana jest nastawa ( $X_1$ ), dla której wartość wielkości wyjściowej na zaciskach wyjściowych kalibratora odpowiada wartości znamionowej. Następnie wprowadzana jest nastawa ( $X_M$ ) oraz wyznaczana jest nastawa ( $X_2$ ). W momencie uzyskania kompletu czterech nastaw ( $X_0$ ,  $X_M$ ,  $X_1$ ,  $X_2$ ) układ mikroprocesorowy automatycznie oblicza współczynniki poprawki i zapisuje je w pamięci nieulotnej. Procedura ta może zostać powtórzona dla tego samego lub nowego zakresu lub w dowolnym momencie zostać przerwana.

## 5. PODSUMOWANIE

Najważniejszymi parametrami kalibratora są jego dokładność i stabilność. Analogowe elementy regulacyjne wpływają ujemnie na oba wymienione parametry, dlatego w kalibrаторze uniwersalnym typu C101 zastosowana została metoda cyfrowej adiustacji. Polega ona na zastąpieniu potencjometrów przez odpowiedni algorytm pracy mikroprocesorowego układu cyfrowego.

Zastosowanie w kalibrаторze cyfrowej adiustacji pozwala poprawić jego parametry dwiema drogami:

- przez eliminację zawodnych oraz niestabilnych w czasie i przy zmianach temperatury analogowych potencjometrów,
- przez zwiększenie liczby punktów pomiarowych, w których realizowany jest ten proces.

## LITERATURA

1. Olencki A., Szmytkiewicz J., Urbański K.: Kalibratory napięć i prądów - część cyfrowa. *Rozprawy Elektrotechniczne*, 34, z. 1, s.261-267, 1988.
2. Olencki A.: Kalibrator napięć i prądów stałych i przemiennych typu C101. Norma Zakładowa ZN-95/CALMET-012, 1995.
3. Szmytkiewicz J.: Parametry metrologiczne kalibratorów uniwersalnych. XXIX Międzynarodowa Konferencja Metrologów, Materiały konferencyjne, Nałęczów 1997.
4. Szmytkiewicz J.: Mikroprocesorowa klawiatura uniwersalnego kalibratora napięć i prądów. IX Krajowa Konferencja Naukowo-Techniczna „Zastosowanie mikroprocesorów w automatyce i pomiarach”, Materiały konferencyjne PIE, s. 193-198, Warszawa 1994.
5. DATRON Electronic Limited: 4000 Autocal Standard Seminar Notes. England 1981.

Recenzent: Dr hab. inż. Tadeusz Skubis

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 kwietnia 1998 r.



## Abstract

The multifunction calibrator is presented in Fig. 1. The analog and digital parts of the calibrator are specially marked out in this diagram. The digital part consists of a programmable circuit which allows for entering setting value  $X$ . The value of  $Y$  is generated at the calibrator output. The ideal dependence between  $Y$  and  $X$  is described by equation (1) and the real characteristics are given by relation (2).

Setting values of  $X$  and influence quantities for which digital calibration is realised are discussed in the second part of the paper. The amplitude and frequency of the setting values have been chosen after circuit analysis. The algorithm of digital calibration is described in parts 3 and 4. It consist in determining the coefficients  $\delta_M Y$  and  $\Delta_A Y$  according to equation (6) and then the setting value  $X_K$  from relation (4). The idea of this algorithm is presented in Fig. 2.

Advantages of replacement of potentiometers (analog memory) by the algorithm of digital calibration (digital memory) are presented at the end of the paper.

Janusz GUZIK  
Politechnika Śląska

## O PEWNEJ KONCEPCJI ADAPTACJI METOD ELEKTRYCZNEJ TOMOGRAFII IMPEDANCYJNEJ DO DIAGNOSTYKI STANU IZOLACJI

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono wprowadzenie do metod analizy rozkładu impedancji w niedostępnym wnętrzu badanego obiektu, znanych w literaturze [1] pod nazwą metod elektrycznej tomografii impedancyjnej. Przedstawiono ocenę możliwości adaptacji tych metod do nieinwazyjnego monitoringu stanu izolacji badanego obiektu.

## ON CERTAIN ADAPTATION IDEA OF ELECTRIC IMPEDANCE TOMOGRAPHY METHODS TO DIAGNOSTICS OF ELECTRIC INSULATION CONDITION

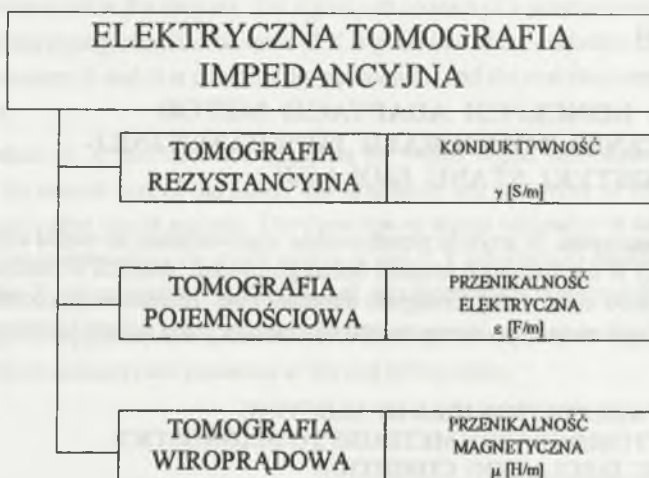
**Summary.** Introduction to analysis methods of impedance distribution inside inaccessible interior of the examined object, reported in the literature [1] as electric impedance tomography methods, has been presented in the paper. Evaluation of adaptation possibilities of these methods to non-invasive on-line monitoring of electric insulation condition of the examined object has been presented, as well.

### 1. WSTĘP

Zadaniem elektrycznej tomografii impedancyjnej jest konstrukcja obrazu niosącego informację o niedostępnym wnętrzu badanego obiektu [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8]. Obraz ten jest w istocie rozkładem gęstości wielkości, reprezentujących rozpatrywane właściwości fizyczne obiektu. Ponieważ w elektrycznej tomografii impedancyjnej nośnikiem informacji jest prąd elektryczny, to wielkościami charakteryzującymi obiekt mogą być: konduktywność  $\gamma$ , przenikalność elektryczna  $\epsilon$  lub przenikalność magnetyczna  $\mu$ . Wynika stąd następująca klasyfikacja elektrycznej tomografii impedancyjnej, jak na rys. 1.

Cechą charakterystyczną tomografii rezystancyjnej — historycznie najstarszej (1979 r.) [2] — jest zasilanie stałoprądowe. Układy tomografów rezystancyjnych znalazły głównie zastosowanie w medycynie [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8] jako alternatywna (w stosunku do klasycznej tomografii rentgenowskiej, magnetycznego rezonansu jądrowego) metoda badania zmian wybranych tkanek narządów.

Tomografia pojemnościowa [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15] znalazła z kolei zastosowanie jako metoda monitoringu przepływów cieczy w rurociągach przemysłowych, w szczególności dla przepływów dwufazowych [13], [14], [15].



Rys. 1. Klasyfikacja elektrycznej tomografii impedancyjnej z punktu widzenia nośnika informacji o stanie diagnozowanego obiektu

Fig. 1. Classification of electric impedance tomography from the point of view of the information carrier on condition the the examined object

W ostatnich latach w literaturze przedmiotu pojawiły się prace [16], [17], [18], [19], [20] poświęcone nowej dziedzinie tomografii, a mianowicie tomografii prądów wirowych, w której analizuje się zmiany impedancji cewki wytwarzającej prądy wirowe, przy czym zmiany impedancji cewki są ściśle zależne od przenikalności magnetycznej  $\mu$  sprzęgniętego z cewką elementu metalowego. Z uwagi jednak na przyszły obszar zastosowań (diagnostyka stanu izolacji) tomografia prądów wirowych nie będzie w dalszym ciągu brana pod uwagę.

## 2. ELEKTRYCZNA TOMOGRAFIA IMPEDANCYJNA

Idea elektrycznej tomografii impedancyjnej jest następująca: Do elektrod zasilających  $a$ ,  $b$  w sposób jak na rys.2 doprowadzony jest prąd stały lub zmienny, natomiast do pozostałych elektrod podłączany jest woltomierz  $V$ . Następnie prąd  $I$  doprowadzany jest do sąsiednich elektrod i procedura pomiaru napięć ulega powtórzeniu. Po wypełnieniu wszystkich kombinacji

połączeń ostatecznie na podstawie znajomości zbioru zmierzonych napięć można na drodze obliczeniowej [2], [3], [4], [5] dokonać oceny rozkładu impedancji  $\xi$  wewnątrz obszaru  $\Omega$ .



Rys.2. Idea elektrycznej tomografii impedancyjnej: I — prąd zasilający, a, b — elektrody zasilające, ••• — elektrody pomiarowe

Fig.2. Idea of electric impedance tomography: I — supplying current, a, b — supplying electrodes, ••• — measuring electrodes

Przy rekonstrukcji obrazu rozkładu impedancji  $\xi$  wewnątrz obszaru  $\Omega$  należy zatem rozwiązać równanie

$$V = f(\xi), \quad (1)$$

gdzie: V — rozkład potencjału na brzegu obszaru  $\Omega$ ,

$\xi$  — rzeczywisty rozkład impedancji wewnątrz obszaru  $\Omega$ .

Wewnątrz obszaru  $\Omega$  spełnione jest równanie Laplace'a dla potencjału V:

$$\nabla^2 V = 0, \quad (1a)$$

natomiast na brzegu  $\Gamma$  obszaru  $\Omega$  dany jest rozkład potencjału:

$$V|_{\Gamma} = V(x, y, z), \quad (1b)$$

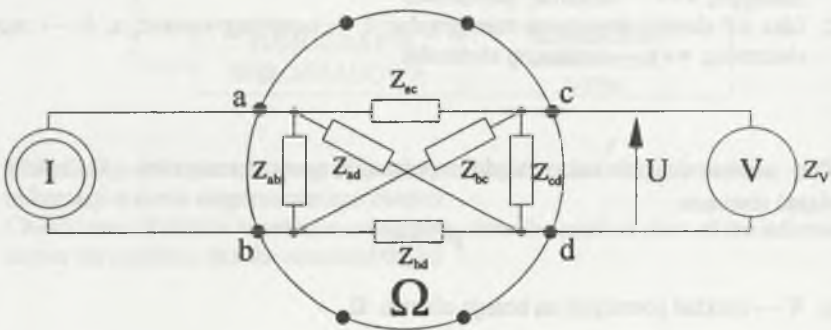
gdzie: x, y, z — współrzędne punktu o potencjale V.

Należy zatem dokonać oceny rozkładu potencjału wewnątrz obszaru  $\Omega$ , a następnie w oparciu o ten rozkład wyznaczyć rozkłady: konduktywności  $\gamma = \gamma(x, y, z)$ , przenikalności elektrycznej  $\epsilon = \epsilon(x, y, z)$  lub przenikalności magnetycznej  $\mu = \mu(x, y, z)$ . Tak zdefiniowane zagadnienie jest tzw. problemem odwrotnym (źle uwarunkowanym), na którego temat istnieje dość bogata literatura dotycząca odpowiednich algorytmów numerycznych (np. [1], [2], [3], [4]) potrzebnych do utworzenia obrazu rozkładu impedancji  $\xi$ . Wadą algorytmów rekonstrukcji obrazów rozkładu

impedancji jest konieczność dokonywania dużej liczby iteracji celem uzyskania obrazu o odpowiedniej rozdzielczości [3], co pociąga za sobą duży czas oczekiwania na wynik pomiaru. Narzuca to konieczność odpowiedniej optymalizacji algorytmu rekonstrukcji obrazu rozkładu impedancji w przypadku adaptacji metod tomografii impedancyjnej do diagnostyki stanu izolacji badanego obiektu.

### 3. ADAPTACJA METOD TOMOGRAFII IMPEDANCYJNEJ DO BADAŃ STANU IZOLACJI

Z elektrycznego punktu widzenia w elektrycznej tomografii impedancyjnej wyznaczone są wartości impedancji pomiędzy odpowiednimi parami elektrod. Odpowiedni schemat zastępczy przedstawiono na rys.3.



Rys.3. Schemat zastępczy rozkładu impedancji  $\xi$  wewnątrz obszaru  $\Omega$  dla pary elektrod zasilających (a, b) i pomiarowych (c, d)

Fig.3. Equivalent schematic diagram of impedance distribution  $\xi$  inside the object interior  $\Omega$  for a pair of supplying (a,b) and measuring (c,d) electrodes

Widać stąd, że dla pary elektrod zasilających (a, b) i pomiarowych (c, d) występuje aż 6 impedancji koniecznych do identyfikacji, przy czym ogólnie dla  $N$  elektrod liczba wszystkich impedancji jest równa

$$\frac{N \cdot (N - 1)}{2}$$

W dalszym ciągu możliwości zastosowania metod elektrycznej tomografii impedancyjnej w diagnostyce stanu izolacji ocenia się przez sprawdzenie:

- a) rodzaju zasilania (źródło stałoprądowe lub zmiennoprądowe),
- b) sposobu zasilania (wymuszenie prądowe lub napięciowe),
- c) sposobu rozmieszczenia elektrod pomiarowych.

Ad a) Mając na uwadze ciągły (on-line) monitoring stanu izolacji obiektu, należy w pierwszym rzędzie rozpatrzyć zasilanie zmiennoprądowe o częstotliwości sieciowej 50 Hz, pozostawiając opcję zasilania stałoprądowego do badań rozkładu rezystancji (konduktywności  $\gamma$ ) podczas wyłączenia badanego obiektu z ruchu, np. przy pomiarach na stacji prób.

Ad b) Cechą charakterystyczną występującą przy badaniach izolacji są wartości rezystancji rzędu  $M\Omega$  i pojemności rzędu nF, co niejako automatycznie narzuca napięciowy charakter wymuszenia sygnału (przyłożonego do elektrod zasilających (a, b) wg rys.1). Wówczas zamiast pomiarów spadków napięć V (znanych z niedomiarem wskutek bocznikującego działania impedancji  $Z_r$  woltomierza — por. rys. 3) należy dokonać pomiaru prądów płynących od danych elektrod pomiarowych do elektrody odniesienia (najczęściej o potencjale równym zero).

Ad c) Elektrody pomiarowe powinny być rozmieszczone symetrycznie na brzegu  $\Gamma$  obiektu  $\Omega$  (por. rys.1), przy czym w sytuacji gdy analizowany jest przestrzenny, trójwymiarowy rozkład impedancji  $\xi$  — elektrody mogą być rozmieszczone w równych odstępach na jednej lub na kilku wysokościach (np. kadzi transformatora [12]).

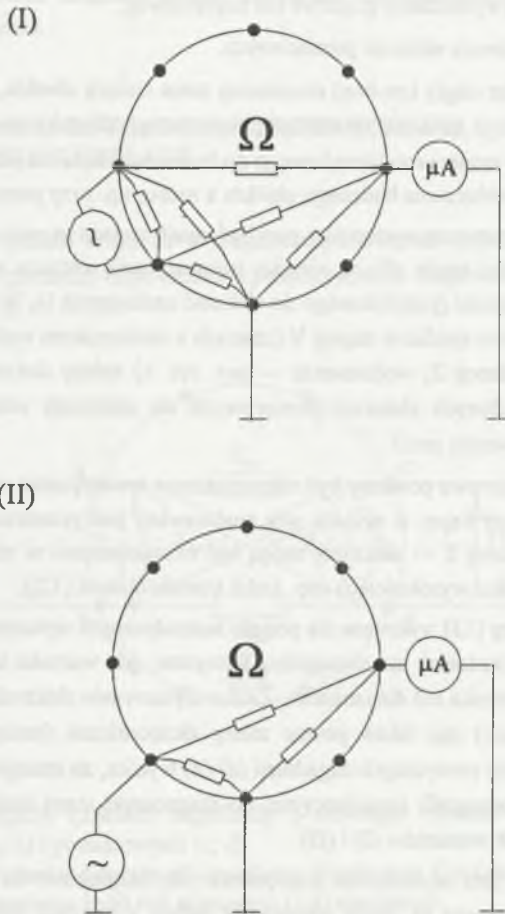
Odpowiednie analizy [13] wykonane dla potrzeb biomedycznych wykazały, że rozmieszczenie elektrod na kilku wysokościach jest szczególnie korzystne, gdy wartości impedancji są bardziej typowe dla (pół)przewodnika niż dla izolatora. Zatem usytuowanie elektrod na jednej wysokości (w równych odstępach) ma także pewne zalety ekonomiczne (mniejsza liczba elektrod pomiarowych). Z analizy powyższych zagadnień (a)-(c) wynika, że istnieje możliwość adaptacji metod elektrycznej tomografii impedancyjnej do diagnostyki stanu izolacji pod warunkiem przyjęcia następujących wariantów (I) i (II):

- (I) — w wariantcie tym wymuszenie napięciowe jest przyłożone do sąsiednich elektrod, natomiast mierzone są prądy płynące do jednej z elektrod odniesienia (0). Liczba zebranych danych pomiarowych wynosi tutaj  $N(N-2)$ .
- (II) — w wariantcie tym wymuszenie napięciowe jest przyłożone pomiędzy daną elektrodą a elektrodą odniesienia (0), względem której mierzone są odpowiednie prądy. Liczba zebranych danych pomiarowych wynosi tutaj  $(N-1)(N-2)$ .

W obydwu powyższych wariantach (I) i (II) liczba zebranych danych pomiarowych występuje z nadmiarem, ponieważ zachodzi:

$$N \cdot (N - 2) > \frac{N \cdot (N - 1)}{2} \quad i \quad (N - 1) \cdot (N - 2) > \frac{N \cdot (N - 1)}{2}.$$

Odpowiednie schematy zastępcze (np. rozkładu admityncji  $\xi$ ) wewnątrz obszaru  $\Omega$  dla przyjętych wariantów (I) i (II) przedstawiono na rys. 4.



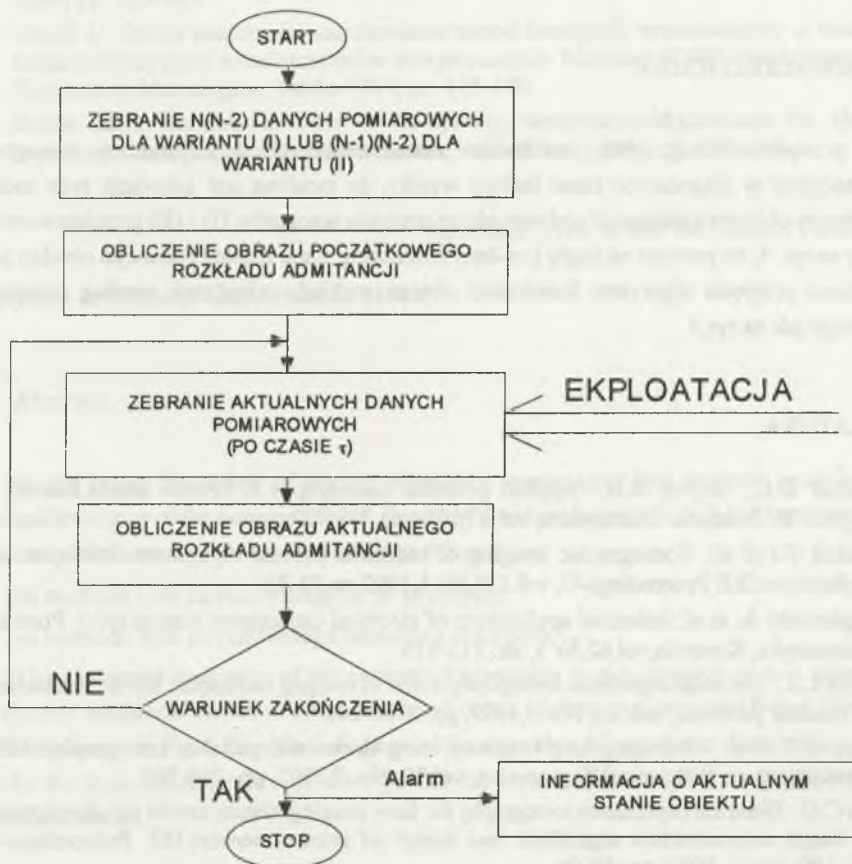
Rys. 4. Schematy zastępcze rozkładu admityncji  $\xi$  wewnątrz obszaru  $\Omega$  dla przyjętych wariantów (I) i (II)

Fig. 4. Equivalent schematic diagram of impedance distribution  $\xi$  inside the interior  $\Omega$  for the assumed variants (I) and (II)

#### 4. KONCEPCJA ALGORYTMU KONSTRUKCJI OBRAZU ROZKŁADU $\xi$ ADMITANCJI

Algorytm konstrukcji obrazu jest następujący:

- na stacji prób uzyskuje się zbiór  $N(N-2)$  lub  $(N-1)(N-2)$  (odpowiednio dla przyjętego wariantu (I) lub (II)) danych pomiarowych, na podstawie których w oparciu o algorytmy iteracyjne (np. [1], [2], [3], [4], [6]) otrzymuje się początkowy rozkład admitancji  $\xi$  wewnątrz obszaru  $\Omega$  diagnozowanego obiektu,



Rys.5. Schemat blokowy algorytmu konstrukcji obrazu rozkładu admitancji  $\xi$  wewnątrz obszaru  $\Omega$  dla przyjętych wariantów (I) i (II)

Fig.5. Block diagram of the algorithm of admittance image structure  $\xi$  inside the interior  $\Omega$  for the assumed variants (I) and (II)



- w trakcie eksploatacji obiektu dokonuje się pomiaru niektórych prądów (płynących pomiędzy daną elektrodą a elektrodą odniesienia dla obydwu wariantów (I) i (II) według rys.4), na podstawie których i znajomości przechowywanego w pamięci komputera początkowego rozkładu admitancji - na bieżąco jest aktualizowany odpowiedni rozkład admitancji, będący funkcją stanu izolacji badanego obiektu.

Jeśli różnice pomiędzy początkowym a bieżącym rozkładem admitancji dla przyjętych wariantów są zbyt duże, to oznacza to, że nastąpiło pogorszenie stanu izolacji badanego obiektu. Odpowiedni schemat blokowy algorytmu konstrukcji obrazu rozkładu admitancji przedstawiono na rys.5.

## 5. UWAGI KOŃCOWE

Z przeprowadzonej oceny możliwości zastosowania metod elektrycznej tomografii impedancyjnej w diagnostyce stanu izolacji wynika, że możliwa jest adaptacja tych metod w wybranym obszarze zastosowań pod warunkiem przyjęcia wariantów (I) i (II) przedstawionych w pracy na rys. 4, co pozwala na ciągły (on-line) monitoring stanu izolacji badanego obiektu pod warunkiem przyjęcia algorytmu konstrukcji obrazu rozkładu admitancji według schematu blokowego jak na rys.5.

## LITERATURA

1. Barber D.C., Brown B.H.: Applied potential tomography: A review article. *Journal of Physics: E: Scientific Instruments*, vol.17, 1984, pp.723-732.
2. Dickin F.J. et al.: Tomographic imaging of industrial process equipment: techniques and applications. *IEE Proceedings-G*, vol.139, No.1, 1992, pp.72-82.
3. Płaskowski A. et al.: Industrial applications of electrical capacitance tomography. *Pomiary, Automatyka, Kontrola*, vol.62, Nr 5, str. 113-115.
4. Pryce L.R.: Electrical impedance tomography: a new CT imaging technique. *IEEE Transactions on Nuclear Sciences*, vol. 26, No. 6, 1979, pp. 2736-2739.
5. Woo E.J. et al.: Measuring lung resistivity using electrical impedance tomography. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol.39, No. 7, 1992, pp. 756-760.
6. Xie C.G.: Electrical capacitance tomography for flow imaging: system model for development of image reconstruction algorithms and design of primary sensors. *IEE Proceedings-G*, vol. 139, No. 1. 1992, pp. 89-98.
7. Andruszkiewicz A., Zator S.: Tomografia procesowa w pomiarach przepływów, *ZN WSI Opole, Elektryka*, z. 37, 1993, str. 7-10.

8. Gajewski J.B.: Elektrostatyczna, bezkontaktowa metoda ciągłego pomiaru średniej masy i średniej prędkości w przepływach dwufazowych gaz-ciało stałe. Prace Naukowe Instytutu Techniki Ciepłej i Mechaniki Płynów Politechniki Wrocławskiej nr 49, Monografie nr 26, Wrocław 1995.
9. Kamińska A. i in.: Tomografia wiroprądowa w obszarach o brzegu otwartym. Materiały XX Seminarium z „Podstaw elektrotechniki i teorii obwodów”, 1997, str. 105-108.
10. Sikora R. i in.: Nieniszczące elektromagnetyczne badania w technice i biologii. Materiały Konferencji pt. "Podstawy fizyczne badań nieniszczących", Politechnika Śląska, Gliwice 1995, str. 139-148.
11. Fulton W.S., Lipczyński R.T.: Optimising the time to solution in electrical impedance tomography. IEE Proceedings in Science and Measurement Technology, vol. 142, No. 6, 1995, pp. 433-441.
12. Guzik J.: Ocena możliwości zastosowania metod tomografii impedancyjnej w badaniach izolacji elektrycznej transformatorów energetycznych. Materiały XXIX Międzyuczelnianej Konferencji Metrologów, Lublin 1997, str. 165-170.
13. Booth M.J., Basarab-Horwarh I.: Comparing electrode configurations for electrical impedance tomography. Electronics Letters, vol.32, No.7, 1996, pp. 648-649.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Danuta Turzeniecka

Wpłynęło do Redakcji dnia 2 kwietnia 1998 r.

### Abstract

In the paper the review of electric impedance tomography (eit) methods describing the inaccessible interior of the examined object (based on the idea shown in Fig.1) has been presented. General classification of the eit methods is as follows:

- eit methods with current/voltage dc or ac sources,
- eit methods with current/voltage measuring electrodes.

The suggested evaluation of the eit method adaptation to non-invasive on-line monitoring of electric insulation condition of the examined object leads to two variants (I) and (II) of the methods shown in Fig.4. The block diagram of the algorithm of impedance distribution image  $\xi$  inside the inaccessible interior of the object  $\Omega$  for variants (I) and (II) (see Fig.5) has been described as well.

Janusz GUZIK  
Politechnika Śląska

## DOBÓR PARAMETRÓW TORU PRZETWORNIKA I/U PRZY ZAŁOŻONYCH CHARAKTERYSTYKACH CZĘSTOTLIWOŚCIOWYCH KOMPARATORA DO SZEROKOPASMOWYCH BADAŃ DIELEKTRYKÓW

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono dobór parametrów toru przetwornika prąd-napięcie przy założonych częstotliwościowych charakterystykach aktywnego, równonapięciowego komparatora dielektryków (o strukturze zaproponowanej w pracach [1], [2]), jak również wskazano na konieczność wyboru układu korekcji częstotliwościowych właściwości toru przetwarzania o strukturze zamkniętej [6].

### CHOICE OF I/U CONVERTER CHANNEL PARAMETERS BASED ON THE ASSUMED FREQUENCY CHARACTERISTICS OF THE COMPARATOR CIRCUIT USED FOR WIDE - BAND INVESTIGATIONS OF DIELECTRICS

**Summary.** Choice of the current-to-voltage converter channel parameters based on the assumed frequency characteristics of the active, equivoltage comparator circuit used for dielectric investigations (concerning structures suggested in papers [1], [2]) has been presented in the paper. The necessary choice of channel frequency correction circuit with feedback [6] has been given as well.

#### 1. WSTĘP

Z przeprowadzonego przeglądu literatury dotyczącej klasy komparatorów [1] i wyników zawartych w pracy [2] wynika, że najodpowiedniejszą klasą układów do szerokopasmowych badań dielektryków (np. w zakresie od  $10^{-3}$  do  $10^6$  Hz) jest klasa aktywnych, równonapięciowych komparatorów admitancji o schemacie ideowym zamieszczonym na rys. 1.

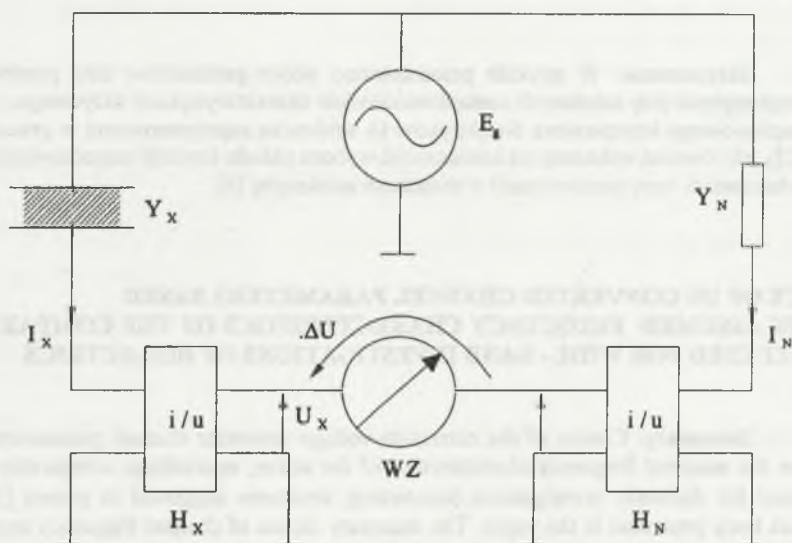
Dla takiego układu równanie przetwarzania jest następujące [1], [2]:

$$\Delta U = E_e (Y_X H_X - Y_N H_N), \quad (1)$$

przy czym dla stanu komparacji ( $\Delta U = 0$ ) obowiązuje zależność

$$Y_X = \frac{H_N}{H_X} Y_N, \quad (2)$$

- gdzie:  $\Delta U$  — sygnał wyjściowy komparatora,  
 WZ — wskaźnik zera typu amplitudowego,  
 $E_g$  — źródło napięcia zasilającego układ komparatora,  
 $U_X, U_N$  — sygnały napięciowe podlegające kompensacji w obwodzie wskaźnika zera,  
 $Y_X, Y_N$  — admitancje badanego dielektryka i zastosowanego wzorca,



Rys. 1. Schemat ideowy ogólnego układu komparatora admitancji z kompensacją napięć  $U_X$  i  $U_N$   
 Fig. 1. Schematic diagram of the general admittance comparator circuit with admittance compensator circuit with compensation of voltages  $U_X$  and  $U_N$

$H_X, H_N$  — transmitancje zastosowanych przetworników I/U o równaniach dających się sprowadzić do postaci

$$H_X = H_X(j\omega) = \frac{H_{0X}}{1 + j \left( \frac{\omega}{\omega_{0X}} \right)}, \quad (3)$$

$$H_N = H_N(j\omega) = \frac{H_{ON}}{1 + j \left( \frac{\omega}{\omega_{ON}} \right)}, \quad (4)$$

gdzie:  $H_{OX}$ ,  $H_{ON}$  — stałoprądowe transmitancje przetworników I/U,

$\omega_{OX}$ ,  $\omega_{ON}$  — pulsacje dominującego bieguna transmitancji  $H_X$  i  $H_N$  opisujących właściwości częstotliwościowe analizowanych przetworników I/U,

$\omega$  — pulsacja źródła napięcia zasilającego układ komparatora.

## 2. DOBÓR PARAMETRÓW TORU PRZETWORNIKA I/U PRZY ZAŁOŻONYCH CZĘSTOTLIWOŚCIOWYCH CHARAKTERYSTYKACH PRZETWARZANIA KOMPARATORA

Ocenę zakresu częstotliwości poprawnej pracy komparatora przeprowadzono w pracy [5] analizując transmitancję  $F(j\omega)$  zdefiniowaną następująco

$$F(j\omega) = H_X(j\omega) - H_N(j\omega), \quad (5)$$

gdzie:  $H_X(j\omega)$  i  $H_N(j\omega)$  są transmitancjami zastosowanych przetworników I/U (por. rys.1). Transmitancja  $F(j\omega)$  opisuje wówczas procedurę samosprawdzania komparatora [3] odpowiadającą sytuacji, gdy prądy  $I_X$  i  $I_N$  płynące w obwodach wejściowych przetworników I/U o transmitancjach  $H_X(j\omega)$  i  $H_N(j\omega)$  są sobie równe.

Dla idealnego komparatora transmitancja

$$F(j\omega) = 0, \quad (6)$$

co odpowiada identyczności transmitancji  $H_X(j\omega)$  i  $H_N(j\omega)$  zastosowanych przetworników I/U

$$H_X(j\omega) = H_N(j\omega). \quad (7)$$

W praktyce spełnienie równości (7) jest możliwe dla jednej lub kilku częstotliwości, natomiast dla szerszego pasma częstotliwości (np. od  $10^{-3}$  Hz do  $10^{+6}$  Hz) należy stosować dodatkowe środki techniczne — np. włączając w tory przetworników I/U komparatora wg rys.1 odpowiednie układy korekcyjne.

Wówczas transmitancję  $F'(j\omega)$  opisuje relacja

$$F'(j\omega) = H_X'(j\omega) - H_N'(j\omega), \quad (8)$$

gdzie  $H'_X(j\omega) = f[H_X(j\omega), L_X(j\omega)]$ ,  $H'_N(j\omega) = f[H_N(j\omega), L_N(j\omega)]$  — transmitancje torów przetworników I/U z zastosowaniem układów korekcyjnych o transmitancjach odpowiednio równych  $L_X(j\omega)$  i  $L_N(j\omega)$ . Zastosowanie układów korekcyjnych jest przy tym możliwe w następujących strukturach [6]: a) łańcuchowej, b) równoległej, c) zamkniętej.

Przyjęcie układów korekcyjnych o strukturze łańcuchowej odpowiada transmitancji  $F'(j\omega)$  równej

$$F'(j\omega) = H'_X(j\omega) - H'_N(j\omega) = H_X(j\omega) L_X(j\omega) - H_N(j\omega) L_N(j\omega). \quad (9)$$

Stąd dla  $F'(j\omega) = 0$  konieczne jest spełnienie relacji:

$$L(j\omega) = \frac{L_X(j\omega)}{L_N(j\omega)} = \frac{H_N(j\omega)}{H_X(j\omega)}. \quad (10)$$

Korekcja transmitancji  $H'_X(j\omega)$  i  $H'_N(j\omega)$  torów przetworników I/U w strukturze równoległej odpowiada sytuacji, gdy odpowiednie układy korekcyjne pracują w układzie różnicowym, tzn. gdy transmitancję  $F'(j\omega)$  opisuje następująca zależność

$$F'(j\omega) = H'_X(j\omega) - H'_N(j\omega) = [H_X(j\omega) - L_X(j\omega)] - [H_N(j\omega) - L_N(j\omega)]. \quad (11)$$

Wówczas poszukiwana relacja dla  $F(j\omega) = 0$  przyjmuje postać

$$L(j\omega) = L_X(j\omega) - L_N(j\omega) = H_X(j\omega) - H_N(j\omega). \quad (12)$$

Korekcja w strukturze zamkniętej polega z kolei na zastosowaniu w torze przetworników I/U obwodu ujemnego sprzężenia zwrotnego, zawierającego (odpowiednio) transmitancje  $L_X(j\omega)$  i  $L_N(j\omega)$ , przy czym

$$F'(j\omega) = H'_X(j\omega) - H'_N(j\omega) = \frac{H_X(j\omega)}{1 + H_X(j\omega) L_X(j\omega)} - \frac{H_N(j\omega)}{1 + H_N(j\omega) L_N(j\omega)} \quad (13)$$

i dla  $F'(j\omega) = 0$  obowiązuje relacja

$$L(j\omega) = L_X(j\omega) - L_N(j\omega) = \frac{H_X(j\omega) - H_N(j\omega)}{H_X(j\omega) H_N(j\omega)}. \quad (14)$$

Zastosowanie jednej z trzech ((a)-(c)) struktur układów korekcyjnych uzależnione jest od postaci transmitancji  $H(j\omega)$  i  $H'(j\omega)$  zastosowanych przetworników I/U (por. relacje (10), (12) i (14)) układu komparatora wg rys. 1.

Wartości amplitudy  $A_L(\omega)$  i fazy  $\varphi_L(\omega)$  transmitancji  $L(j\omega)$  zdefiniowane następująco:

$$A_L(j\omega) = |L(j\omega)| \quad (15)$$

$$\varphi_L(\omega) = \text{Arg}L(j\omega), \quad (16)$$

można opisać za pomocą zależności (17) i (18):

$$A_L = \begin{cases} \frac{|H_N(j\omega)|}{|H_X(j\omega)|} & \text{— dla korekcji wg (a)} \\ \sqrt{|H_X(j\omega)|^2 + |H_N(j\omega)|^2 - 2|H_X(j\omega)| \cdot |H_N(j\omega)| \cos[\varphi_X(\omega) - \varphi_N(\omega)]} & \text{— dla korekcji wg (b) i} \\ \frac{\sqrt{|H_X(j\omega)|^2 + |H_N(j\omega)|^2 - 2|H_X(j\omega)| \cdot |H_N(j\omega)| \cos[\varphi_X(\omega) - \varphi_N(\omega)]}}{|H_X(j\omega)| \cdot |H_N(j\omega)|} & \text{— dla korekcji wg (c)} \end{cases} \quad (17)$$

$$\varphi_L = \begin{cases} \varphi_N(\omega) - \varphi_X(\omega) & \text{— dla korekcji wg (a)} \\ \text{arctg} \frac{|H_X(j\omega)| \sin(\varphi_X(\omega)) - |H_N(j\omega)| \sin(\varphi_N(\omega))}{|H_X(j\omega)| \cos(\varphi_X(\omega)) - |H_N(j\omega)| \cos(\varphi_N(\omega))} & \text{— dla korekcji wg (b)} \\ \text{arctg} \frac{|H_X(j\omega)| \sin(\varphi_X(\omega)) - |H_N(j\omega)| \sin(\varphi_N(\omega))}{|H_X(j\omega)| \cos(\varphi_X(\omega)) - |H_N(j\omega)| \cos(\varphi_N(\omega))} - \varphi_X(\omega) - \varphi_N(\omega) & \text{— dla korekcji wg (c)} \end{cases} \quad (18)$$

gdzie:

$$\varphi_X(\omega) = \text{Arg}H_X(j\omega) \quad \text{i} \quad \varphi_N(\omega) = \text{Arg}H_N(j\omega).$$

Ogólnie niech transmitancje  $H_X(j\omega)$  i  $H_N(j\omega)$  zastosowanych przetworników I/U (por.rys.1) dla zmian pulsacji  $0 < \omega < \infty$  opisują relacje:

$$H_{X\min} < |H_X(j\omega)| < H_{X\max} \quad \text{i} \quad H_{N\min} < |H_N(j\omega)| < H_{N\max}, \quad (19)$$

$$\varphi_{X\min} < \varphi_X(\omega) < \varphi_{X\max} \quad \text{i} \quad \varphi_{N\min} < \varphi_N(\omega) < \varphi_{N\max}, \quad (20)$$

wówczas graniczne wartości amplitudy  $A_L(\omega)$  i fazy  $\varphi_L(\omega)$  transmitancji  $L(j\omega)$  (por.(17) i (18)) są następujące:

- dla korekcji w strukturze łańcuchowej

$$\frac{H_{N\min}}{H_{X\min}} < A_L(\omega) < \frac{H_{N\max}}{H_{X\max}}, \quad (21)$$

$$\varphi_{N\min} - \varphi_{X\min} < \varphi_L(\omega) < \varphi_{N\max} - \varphi_{X\max},$$

- dla korekcji w strukturze równoległej

$$|H_{X\min} - H_{N\min}| < A_L(\omega) < \sqrt{H_{X\max}^2 + H_{N\max}^2}, \quad (22)$$

$$\arctg \frac{H_{X\min} \sin \varphi_{X\min} - H_{N\min} \sin \varphi_{N\min}}{H_{X\min} \cos \varphi_{X\min} - H_{N\min} \cos \varphi_{N\min}} < \varphi_L(\omega) < \arctg \frac{H_{X\max} \sin \varphi_{X\max} - H_{N\max} \sin \varphi_{N\max}}{H_{X\max} \cos \varphi_{X\max} - H_{N\max} \cos \varphi_{N\max}},$$

- dla korekcji w strukturze zamkniętej

$$\frac{|H_{X\min} - H_{N\min}|}{H_{X\min} H_{N\min}} < A_L(\omega) < \frac{\sqrt{H_{X\max}^2 + H_{N\max}^2}}{H_{X\max} H_{N\max}}, \quad (23)$$

$$\arctg \frac{H_{X\min} \sin \varphi_{X\min} - H_{N\min} \sin \varphi_{N\min}}{H_{X\min} \cos \varphi_{X\min} - H_{N\min} \cos \varphi_{N\min}} - \varphi_{X\min} - \varphi_{N\min} < \\ < \varphi_L(\omega) < \arctg \frac{H_{X\max} \sin \varphi_{X\max} - H_{N\max} \sin \varphi_{N\max}}{H_{X\max} \cos \varphi_{X\max} - H_{N\max} \cos \varphi_{N\max}} - \varphi_{X\max} - \varphi_{N\max}.$$

Porównując zatem graniczne wartości odpowiednich zmian amplitudy  $A_L(\omega)$  i fazy  $\varphi_L(\omega)$  transmitancji  $L(j\omega)$  układu korekcyjnego, można sformułować następujące wnioski:

- Dla zmian pulsacji  $0 < \omega < \infty$  konieczny do zapewnienia zakres zmian amplitudy  $A_L(\omega)$  transmitancji  $L(j\omega)$  jest największy dla korekcji w strukturze równoległej, a najmniejszy dla korekcji przeprowadzanej w układzie zamkniętym.
- Odpowiednie zakresy zmian fazy  $\varphi_L(\omega)$  transmitancji  $L(j\omega)$  są z kolei największe dla korekcji przeprowadzanej w strukturze łańcuchowej, a najmniejsze — dla korekcji o strukturze zamkniętej.
- Z przedstawionych relacji (21) ÷ (23) wynika zatem, że najmniejszą wartość zmian amplitudy  $A_L(\omega)$  i fazy  $\varphi_L(\omega)$  można uzyskać dla układu korekcji o strukturze zamkniętej (z zastosowaniem ujemnego sprzężenia zwrotnego). Odpowiednia dalsza analiza i opty-



malizacja układu komparatora wg rys.1 z zastosowaniem korekcji w układzie zamkniętym może być przeprowadzona w odniesieniu do konkretnego układu; pomocne przy tym jest wykorzystanie metod analizy i wyników zawartych w pracy [2].

### 3. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono metodę doboru parametrów toru przetwornika I/U równonapięciowego komparatora o strukturze przedstawionej na rys.1 pracującego w układzie samosprawdzenia [3], jak również zamieszczono wnioski dotyczące wyboru typu struktury układu korekcyjnego o transmitancji  $L(j\omega)$ , co pozwala na spełnienie równości  $F'(j\omega) = 0$  przy znanych, założonych wartościach modułów i faz transmitancji  $H_X(j\omega)$  i  $H_N(j\omega)$  zastosowanych przetworników I/U. Metoda ta może być zarówno wykorzystywana do oceny maksymalnej wartości błędu komparatora (odniesionego do obwodu wskaźnika zera WZ [4]), jak również do oceny częstotliwości poprawnej pracy komparatora (w układzie bez i z korekcją) w oparciu o wyniki analiz zamieszczone w pracy [5].

### LITERATURA

1. Guzik J., Szadkowski B.: Analiza aktywnych, równonapięciowych komparatorów admitancji z punktu widzenia ich przydatności do szerokopasmowych badań dielektryków. ZN Pol. Śl., s. Elektryka, z. 144, Gliwice 1995.
2. Guzik J.: Szerokopasmowe układy pomiarowe do badania dielektryków. Rozprawa doktorska, Pol. Śl., Gliwice 1996.
3. Miłek M.: Magnetyczne komparatory prądów w pomiarach elektrycznych, WNT, Warszawa 1990.
4. Guzik J., Szadkowski B.: Analiza błędu pomiaru admitancji w układzie aktywnego, równonapięciowego komparatora przeznaczonego do szerokopasmowych badań dielektryków. ZN Pol. Śl., s. Elektryka, z. 156, Gliwice 1996.
5. Guzik J.: Ocena zakresu częstotliwości poprawnej pracy aktywnego równonapięciowego komparatora przeznaczonego do szerokopasmowych badań dielektryków. ZN Pol. Śl., s. Elektryka, z. 158, Gliwice 1997.
6. Hagel R., Zakrzewski J.: Miernictwo dynamiczne. WNT, Warszawa 1984.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Danuta Turzeniecka

Wpłynęło do Redakcji dnia 2 kwietnia 1998 r.

**Abstract**

The analytic procedures of the I / U converter channel parameter choice have been presented in this paper. Schematic diagram of the analysed active, equivoitage comparator circuit used for wide - band investigations of dielectrics has been shown in Fig.1. The idea of the applied procedures is based on the equation (5), where  $H_X(j\omega)$  and  $H_N(j\omega)$  are the I / U converter transmittances of blocks  $H_X(j\omega)$  and  $H_N(j\omega)$  (see Fig.1). For the ideal /real comparator circuit equations (6) and (8) are valid, respectively. The analytic procedures are based on the equation (8), where the transmittances  $H_X(j\omega)$  and  $H_N(j\omega)$  describe the real I/U converter channel parameters with application of channel frequency correction circuits (with transmittances  $L_X(j\omega)$  and  $L_N(j\omega)$ ). The final selection of the suggested frequency correction circuits leads to use of the circuit with feedback (see [6]) described by the adequate equation (23).

Krzysztof SKRZYPEK

Ryszard BOGACZ

Politechnika Śląska

## ADAPTACJA METOD REKURENCYJNYCH DLA PROGRAMÓW PISANYCH W JĘZYKU ZORIENTOWANYM MASZYNOWO

**Streszczenie.** W pracy zamieszczono opis metody rekurencyjnej możliwej do zastosowania w języku asemblera wybranego mikroprocesora zgodnie z ogólną definicją podaną w pracy [1]. Na przykładzie sześciu procedur przedstawiono wyniki analiz trzech metod, w tym: dwóch rekurencyjnych i iteracyjnej. Wskazano wady i zalety omawianych metod, a także zalecenia ograniczające zakres ich stosowania. Ponieważ jako przykładowy mikroprocesor został wybrany mikrokontroler serii Intel MCS51, zamieszczone procedury są napisane z uwzględnieniem specyfiki procesorów tej serii.

## ADAPTATION OF RECURSIVE METHODS TO LOW LEVEL PROGRAMMING LANGUAGES

**Summary.** Description of the recursive method which can be applied to assembler of the chosen microprocessor according to the general definition given in the work [1] is presented in the paper. Analysis results of three methods: two of them recursive ones and an iteration one are given basing on the example of six procedures. Advantages and disadvantages of the discussed methods as well as limitations of their use are shown. As an example the Intel MCS51 family processor has been chosen, so the presented procedures have been written taking into account this family specific qualities.

### 1. WSTĘP

Procedura rekurencyjna to taka procedura, która podczas działania wykorzystuje jako podprogram (tj. wywołanie w formie skoku ze śladem powrotu) część samej siebie. Według prof. N. Wirtha ogólniej „obiekt zwany jest rekurencyjnym, jeżeli częściowo składa się z siebie samego lub jego definicja odwołuje się do niego samego” [1]. Definicja w takiej formie będzie dalej stosowana jako przydatna do określenia rekurencji w programach pisanych w językach zorientowanych maszynowo, takich jak np. asemblery.

Zastosowanie rekurencji w programach daje, przy zachowaniu pewnych ogólnych zasad postępowania i oceny efektywności metody, zwykle dobre lub bardzo dobre efekty. Sama

rekurencja jako metoda alternatywna dla iteracji tworząca algorytm procedury nie powinna jednak być nadużywana. Są sytuacje, w których daje ona lepsze efekty, ale są też takie, w których jest tak samo dobra lub nawet gorsza od rozwiązania iteracyjnego. Prawidłowy dobór metody powinien polegać na ocenie według kilku kryteriów. Najważniejszymi kryteriami porównawczymi w dalszej części będą zajętość pamięci programu i czas jego wykonania.

W językach wyższego poziomu rekurencja jest uznawana za narzędzie o bardzo dużej skuteczności w wielu trudnych i prostszych problemach, jednak w językach zorientowanych maszynowo (j. niższego poziomu) występują pewne ograniczenia, o których nie ma mowy w językach zorientowanych problemowo (j. wyższego poziomu). Będzie tu rozpatrywany przypadek szczególnie zastosowań idei rekurencji w asemblerze, w systemach opartych na mikrokontrolerach na przykładzie serii Intel MCS51. Ma on własną specyfikę polegającą głównie na kilku cechach:

- obszar stosu programowego znajduje się w wewnętrznej pamięci (on-chip memory),
- wskaźnik stosu jest zwykle 8-bitowy, co daje całkowity i nieprzekraczalny rozmiar stosu równy 256 bajtów,
- po impulsie resetującym mikrokontroler wskaźnik stosu jest ustawiany na określoną pozycję (np. \$07, czyli wskazuje ósmy bajt stosu), co pomniejsza jeszcze efektywny rozmiar stosu,
- brak mechanizmu wywołania procedury z parametrami formalnymi (jest to cecha większości, lecz nie wszystkich, języków zorientowanych maszynowo),
- operacje na stosie są ograniczone do podstawowych, takich jak zrzucenie słowa statusu, czy pojedynczych rejestrów (i późniejsze zdjęcie).

Używane tu pojęcie stosu dotyczy wydzielonej części pamięci maszyny o organizacji LIFO, używanej głównie do przechowywania adresu powrotnego zwołanego podprogramu. Taka organizacja docelowej maszyny realizującej algorytm nie uniemożliwia stosowania rozwiązań rekurencyjnych, jednak wprowadza konieczność dodatkowego sprawdzenia, czy zapotrzebowanie na stos pojedynczych procedur oraz całego programu nie przekracza możliwości maszyny. W językach wyższego poziomu podwyższenie efektywności działania algorytmu oraz zwykle zwiększenie jego czytelności najczęściej wystarcza jako bodziec do korzystania z metod rekurencyjnych.

W dalszej części tekstu terminy "procedura" i "podprogram" będą używane zamiennie, ponieważ nie ma między nimi formalnych różnic w zastosowaniu do języka zorientowanego maszynowo.

## 2. OGÓLNA CHARAKTERYSTYKA PROBLEMU

Bardzo często stosowane w językach wyższego poziomu techniki rekurencyjne wykorzystują parametr formalny lub zmienną globalną w warunkach opuszczenia rekurencji w postaci procedury

zagnieżdżonej w samej sobie. Takie techniki w omawianych tu sytuacjach zbyt często mogą prowadzić do przepełnienia stosu – ze względu na jego niewielką pojemność. Zawsze prowadzą do komplikacji algorytmu w języku bez mechanizmu przekazywania parametrów formalnych w procedurze. Należy zatem nie wykorzystywać takich technik, lub ewentualnie robić to niezmiernie ostrożnie.

O wiele bardziej przydatne są tu techniki wykorzystujące podaną wcześniej definicję rekurencji w sposób nieco inny, jednak również bardzo dosłowny. Podział zadania, które ma być realizowane przez projektowaną procedurę na zadania cząstkowe pozwoli zdefiniować procedurę w postaci zaetykietowanej sekwencji rozkazów z jednym lub więcej punktami wskoku, tj. etykietami zaznaczającymi te części procedury, które można wykorzystać do realizacji jej zadań cząstkowych. Te dodatkowe etykiety pozwolą na taką definicję procedury, w której będą występowały wywołania odpowiednich części (przez punkty wskoku) oraz ewentualnie pojedyncze rozkazy ustawiające rejestry lub komórki potrzebne w zadaniach cząstkowych. Wykorzystanie stosu w takiej metodzie jest dużo lepsze niż w poprzedniej, a ponadto zawsze z góry można dokładnie określić, ile wpisów na stos nastąpi w ciągu realizacji procedury. Jednocześnie należy zauważyć, że stan stosu nie zwiększa się lawinowo w trakcie działania procedury, przeciwnie – powrót z realizacji zadania cząstkowego powoduje uwolnienie stosu od śladu powrotu z tego zadania, dzięki czemu stos nie rośnie o wartość większą niż jeden lub kilka wpisów adresów powrotnych. Poniższy przykład ilustruje tę sytuację:

```
proc: mov  R0,  #3
pt1:  mov  A,   R0
      movc A,   @A+DPTR
      rl   A
      acall do_smoth
      djnz R0,  pt1
      ret
```

Procedura 1. Implementacja algorytmu w postaci iteracyjnej

```
proc: mov  R0,  #0
jsr:  push R0
      inc  R0
      mov  A,   R0
      xrl  A,   #3; A=3?
      jz   rts
      acall jsr
      pop  R0
rts:  mov  A,   R0
      movc A,   @A+DPTR
      rl   A
do_smoth: ; tekst procedury do_smoth
      [...]
      ret
```

Procedura 2. Implementacja w postaci klasycznej rekurencji

```

proc: mov  R0,   #3
      acall do
      acall do
do:   mov  A,   R0
      dec  R0
      movc A,   @A+DPTR
      rl  A
do_smth:      ; tekst procedury do_smth
      [...]
      ret

```

### Procedura 3. Implementacja w postaci proponowanej rekurencji

Przykładowe procedury realizują tę samą funkcję, tj. odczytują kolejne komórki tablicy zawartej w pamięci programu mikrokontrolera (serii MCS51) i po pomnożeniu przez dwa wywołują procedurę 'do\_smth', która dokonuje dalszej obróbki (jej działanie nie ma znaczenia dla rozważań, wystarczy tylko założenie, że nie powoduje zmian w rejestrze R0). Widać, że pod względem długości kodu wszystkie trzy procedury są podobne. Rozwiązanie iteracyjne wydaje się najprostsze, zajętość pamięci programu jest najmniejsza (zestawienie w tabeli 1), jednak jeśli chodzi o szybkość – przegrywa zdecydowanie: 8 cykli maszynowych więcej niż jej odpowiednik rekurencyjny zawarty w procedurze 3. Na uwagę zasługuje fakt, że możliwe jest umieszczenie dodatkowej procedury (tutaj jest to 'do\_smth') jako części składowej omawianej procedury ('proc') bez ujemnego efektu uniemożliwienia korzystania z niej przez resztę programu głównego – pozostaje ona podprogramem z początkiem w punkcie 'do\_smth' i kończącym się rozkazem 'ret', mimo że wewnątrz procedury 'proc' nie ma jawnego odwołania do etykiety 'do\_smth' przez rozkaz 'acall do\_smth' lub 'lcall do\_smth'.

Tabela 1

Zestawienie parametrów porównawczych dla przykładowych procedur 1÷3

	Zajętość pamięci programu w bajtach	Zajętość czasu maszynowy w cyklach masz.	Zapotrzebowanie na stos w bajtach
Procedura 1	10	28	4
Procedura 2	17	41	11
Procedura 3	11	20	4

Wartości podane w tabeli nie uwzględniają oczywiście ani czasu wykonania, ani rozmiaru procedury 'do\_smth'. Wartości w kolumnie „Zapotrzebowanie na stos” mają charakter kontrolny, ich porównanie pokazuje, że zajętość stosu dla porównywanych metod jest podobna, a dla metody klasycznej rekurencji wyraźnie się powiększa.

Jak widać, rekurencja w klasycznym wydaniu przegrywa porównanie z procedurą iteracyjną, tak samo jak z rekurencją proponowaną w procedurze 3. Główne trudności w jej stosowaniu to konieczność zachowywania wartości parametrów razem z wywoływaniami właściwej części procedury na stosie (w tym prostym przypadku był to tylko jeden rejestr roboczy R0). Jej działanie polega na odłożeniu na stosie wywołań podprogramu realizującego wymaganą czynność wraz z ewentualnymi wymaganymi przez ten podprogram parametrami. Końcowe wykonanie rozkazu 'ret' rozpoczyna dopiero uwalnianie stosu ściągając szereg rozkazów 'acall' oraz odpowiednich wartości dla rejestru R0. Takie kłopoty oczywiście nie występują w językach wyższego poziomu, z uwagi na to, że programy realizowane są w środowisku maszyn wirtualnych budowanych przez odpowiednią implementację danego języka. Dzięki temu programista nie musi się martwić np. o fizyczny rozmiar stosu czy też o sposób przekazywania parametrów formalnych, ponieważ jest to realizowane programowo przez odpowiedni blok kompilatora języka. Wyższość ta jednak znika w sytuacji mikrokomputerów o wcześniej omówionej strukturze, tzn. zbudowanych na bazie mikrokontrolera o niewielkiej (i najczęściej w postaci trwałej – ROM) pamięci programu, oraz – bardzo często – krytycznie małej ilości czasu przeznaczanej na wykonanie odpowiednich operacji.

Procedura 4 jest rozwiązaniem zadania procedur 1-3 w języku wyższego poziomu. Jest ona odpowiednikiem procedury 2, czyli przedstawia klasyczną rekurencję. Jej zwartość jest tak duża dzięki możliwości przekazania parametru, która jest jedną z charakterystycznych cech tej klasy języków. Dzieje się to kosztem zwiększonego zapotrzebowania na stos, co jednak dla maszyn wykonujących programy pisane w tych językach nie jest nadmiernym obciążeniem.

```
procedure proc (R0:integer);
begin
  if R0<3 then proc (R0+1);
  do_smth (R0*2)
end;
```

#### Procedura 4. Rozwiązanie zadania procedur 1-3 w języku wyższego poziomu

Widać w porównaniu do procedury 2, jak mocno wpłynęła specyfika maszyny docelowej na postać programu, jego czytelność i efektywność.

### 3. PORÓWNANIE PROPONOWANEJ METODY REKURENCYJNEJ Z ITERACYJNĄ

#### 3.1. Zestawienie procedur realizujących obydwie metody

```

; procedura testująca porty I/O - przygotowanie tabeli wyników testow
test_re:  mov  R6,  #tab_O-1
         mov  P1,  #4
         acall test_r
         mov  P1,  #0
         acall test_r
         mov  20h, R4
         mov  P1,  #8
         acall test_r
         mov  P1,  #0Ch
test_r:   inc  R6; aktualizacja - ostatni raz: R6=tab_O.04 (U6)
         mov  R7,  #tab_I
         acall test_we
         acall test_we
         acall test_we
test_we:  acall test; procedura testu, wykorzystuje R5, R6, R7,
         ; zostawia status testu w bicie C (carry)
b_wej:   mov  A,  R4; rejestr statusow testow
         rlc  A; dolaczenie kolejnego statusu
         mov  R4,  A
         inc  R7; nastepny rej. wej.
         mov  21h, R4; jesli ost. przejście - drugie 2 wiersze tabeli
         ret

```

Procedura 5. Przykładowe zastosowanie proponowanego rozwiązania rekurencyjnego w procedurze realizującej zadanie dające się podzielić na więcej zadań cząstkowych

Procedura ma następujące cechy:

- przeprowadza 16 testów cząstkowych dla układów peryferyjnych (dostęp przez port P1),
- testy cząstkowe są wykonywane w 4 grupach: 4 testy dla każdego z 4 układów,
- dostęp do poszczególnych układów wymaga ustawienia odpowiedniego adresu dostępu wpisywanego do portu P1; adresy te nie są kolejnymi liczbami – nie jest więc możliwe zastosowanie stanu licznika bezpośrednio jako adresu,
- idea algorytmu nie wymaga żadnego licznika,
- wyniki testu są zapisywane w tabeli 16-bitowej (2 bajty pamięci) przez dopisywanie kolejnych bitów po wykonaniu testu cząstkowego (podprogram 'test').

Zastosowanie rozwiązania wyłącznie iteracyjnego spowodowałoby konieczność znacznego rozbudowania w sensie objętości, jak również dołączenia dodatkowej tabeli zawierającej odpowiednie stałe oraz użycia dodatkowych liczników w postaci rejestrów wewnętrznych



procesora. Ponadto musiałaby się ona rozczłonkować na kilka „mniejszych” podprogramów realizujących zadania cząstkowe.

Niezdefiniowany w przykładzie podprogram ‘test’ nie jest istotny dla tematu rozważań, tak jak zawartość tabel ‘tab\_O’ i ‘tab\_I’. Łatwo zauważyć, że głównym czynnikiem zwiększającym czas wykonania procedury 1 w stosunku do procedury 3 jest kombinacja dwóch rozkazów ‘acall do\_smth’ i ‘djnz r0, ptl’. W algorytmie procedury 5 zapisanym w postaci iteracyjnej (p. procedura 6) liczba rozkazów tworzących pętle, takich jak ‘djnz’, musiałaby być o wiele większa. Jak widać, w procedurze 6 konieczne stało się dodatkowe utworzenie dwóch tabel pomocniczych: jednej ze stałymi dla portu P1, drugiej z adresami tabeli zawierającej wyniki działania procedury. Jednocześnie dla obsługi iteracji i tych tabel konieczne było założenie dodatkowych trzech liczników oraz jednego rejestru adresującego (R3) w rejestrach ogólnego przeznaczenia (R0, R1, R2, R3). Aby uzyskać dostęp do poszczególnych podzadań tej procedury (‘test\_r’, ‘test\_we’, ‘p\_wej’, ‘b\_wej’), co w programie, z którego pochodzi procedura 5, jest potrzebne, należałoby rozbić tekst procedury 6 na kilka części, co dodatkowo zwiększyłoby liczbę wywołań (rozkazów typu ‘acall’) i jeszcze bardziej wydłużyło czas działania tej procedury.

```

test_re:  mov    R6,    #tab_o-1
          mov    R0,    #4
          mov    R1,    #4
          mov    R2,    #3
ptl:      mov    A,     R0
          mov    DPTR,  #tabc1-1
          movc  A,     @A+DPTR
          mov    P1,    A
test_r:   inc    R6
          mov    R7,    #tab_I
test_we:  acall  test
o_wej:   mov    A,     R4
          rlc    A
          mov    R4,    A
          inc    R7
          djnz  R1,    test_r
          mov    A,     R2
          mov    DPTR,  #tabc2
          movc  A,     @A+DPTR
          mov    R3,    A
          mov    A,     R4
          mov    @R3,  A
          dec   R2
          djnz  R0,    ptl
          ret
tabc1:   db     0Ch, 08h, 00h, 04h
tabc2:   db     21h, 21h, 20h, 20h

```

Tabela 2

## Zestawienie parametrów porównawczych dla procedur 5 i 6

	Zajętość pamięci programu w bajtach	Zajętość czasu maszyny w cyklach masz.	Zapotrzebowanie na stos w bajtach
Procedura 5	38	179	10
Procedura 6	44	204	6

W zestawieniu w tabeli 2 widać już wyraźnie wyższość rozwiązania w postaci proponowanej rekurencji nad rozwiązaniem iteracyjnym. Procedura iteracyjna zajmuje o 25 cykli maszynowych (przy pojedynczym wywołaniu procedury) oraz o 6 bajtów pamięci programu więcej. Podczas działania jej rekurencyjnego odpowiednika stos narasta tylko o 4 bajty więcej, czyli zajętość stosu także jest bardzo podobna. Po przeformułowaniu procedury 6 (rozwiązanie iteracyjne) tak, aby odpowiadała w pełni funkcjonalnie procedurze 5, obciążenie stosu, jak również zajętość czasu i pamięci programu zwiększy się jeszcze bardziej na niekorzyść procedury 6.

Jak widać, w sytuacji gdy zadanie realizowane przez algorytm z założenia nie wymaga użycia licznika, wtedy bardzo często rozwiązanie iteracyjne okaże się dużo mniej efektywne od rozwiązania rekurencyjnego w opisywanej postaci.

### 3.2. Ograniczenia proponowanej metody rekurencyjnej

- Krotność wykonań zadania cząstkowego; każde wykonanie zadania cząstkowego przez procedurę rekurencyjną wiąże się z operacją na stosie (rozkaz typu 'acall') – im większa liczba wywołań, tym więcej czasu jest potrzebne na dodatkowe operacje na stosie (tu: odłożenie śladu powrotu); algorytm iteracyjny wymaga tylko kontroli licznika i dokonania odpowiedniej ilości skoków zamykających pętlę, w związku z tym dla krotności większych może się okazać, że rozwiązanie iteracyjne jest szybsze, jednak porównanie takie jest zależne od zadań stawianych algorytmowi – można je ocenić tylko indywidualnie, lub oszacować ilości odpowiednich rozkazów charakterystycznych dla metody: w przypadku iteracji – 'dijnz', dla rekurencji – 'acall'.
- Organizacja programu głównego; zastosowanie metod rekurencyjnych wymaga podziału programu na mniejsze podzadania wywoływane jako podprogramy; rozwiązania iteracyjne nie wprowadzają takiej konieczności – program może być pojedynczą sekwencją bez rozgałęzień (nie licząc pętli).
- Procedura 7 przedstawia sytuację skrajną, w której prawdopodobnie najlepszym (poza wykorzystaniem układu czasowo-licznikowego) rozwiązaniem jest iteracja; próby sformułowania jej w innej postaci niż ta nie mogą doprowadzić do właściwych efektów.

```
delay:    mov    R0,    #100
pt1:      djnz   R1,    pt1
          djnz   R1,    pt1
          djnz   R0,    pt1
          ret
```

Procedura 7. Przykład typowej iteracji - pętla opóźniająca

#### 4. PODSUMOWANIE

Zamieszczone przykłady pokazują, że mimo pewnych ograniczeń, także w językach niskiego poziomu można i należy stosować nowoczesne koncepcje programistyczne. Przedstawiona metoda projektowania algorytmów rekurencyjnych jest przydatna w sytuacjach, gdy zachodzi konieczność wykonania powtarzalnej operacji. Jeśli krotność powtórzenia jest z góry określona i niezbyt wielka, zastosowanie przedstawionej metody rekurencyjnej najczęściej pozwoli zmniejszyć objętość programu, a także skrócić czas wykonania jego krytycznych fragmentów. Wprawdzie zapotrzebowanie na stos nie może być zwykle przedmiotem konkurencji proponowanego podejścia z podejściem iteracyjnym, jednak widać wyraźnie, że zastosowanie metody rekurencyjnej zgodnie z zamieszczonymi zaleceniami nie musi prowadzić do nadmiernego zapełnienia stosu. Głównymi kryteriami porównawczymi powinny tu być zajętości: czasu i pamięci programu.

Konieczność wcześniejszego rozbicia projektu programu, lub pojedynczej procedury, na cząstkowe zadania nie jest wymaganiem szczególnie kłopotliwym, tym bardziej że z reguły jest to jeden z pierwszych kroków projektowania. Jeśli jest możliwe rozłożenie programu na dostatecznie małe podzadania – redukcja objętości może dotyczyć nie tylko pojedynczych procedur, ale całego programu wynikowego.

Zamieszczone procedury przykładowe są właściwe dla mikrokomputera zbudowanego na bazie mikrokontrolera serii Intel MCS51. Jego specyfika (charakterystyczna lista rozkazów) wymusza pewne rozwiązania, które w przypadku innych mikroprocesorów byłyby nieco prostsze; widać to np. w strukturze procedury 2, jak i w końcowej sekwencji procedury 6. Jednak ogólna metoda postępowania jest możliwa do zastosowania w przypadku każdego mikroprocesora, a ogólne wyniki osiągane przez zestawione wyżej metody są powtarzalne, tzn. klasyczne podejście rekurencyjne będzie trudne lub niemożliwe do użycia, a jego efekty marne. Rozwiązanie iteracyjne w wielu sytuacjach będzie gorsze od rozwiązań rekurencyjnych w proponowanej postaci. Widać także, że ograniczona wielkość stosu nie wprowadza żadnych dodatkowych komplikacji, ponieważ obciążenie stosu jest porównywalne, choć zwykle nieco większe niż w przypadku zamienników iteracyjnych.

## LITERATURA

1. Wirth N.: Algorytmy + struktury danych = programy. WNT, Warszawa 1989.
2. Jakubiec J.: Wprowadzenie do techniki mikroprocesorowej. Wyd. Pol. Śl., Gliwice 1994.
3. Waite M. W., Goos G.: Konstrukcja kompilatorów. WNT, Warszawa 1989.
4. Tanenbaum A. S.: Organizacja maszyn cyfrowych w ujęciu strukturalnym. WNT, Warszawa 1980.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Michał Szyper

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 kwietnia 1998 r.

**Abstract**

A modified concept of recursive programming method is presented in the paper. It is designed to apply to low level programming languages, such like assemblers. As an example, the Intel MCS51 family processor has been used. Analysis of often applied methods of implementation of iterating programme fragments is given. Two parameters have been used as criteria, namely: program memory utilisation and procedure execution time. As an additional and control parameter, a stack utilisation need is presented for all the methods.

In the procedures 1, 2, 3 three various methods are shown (in proper order): iteration, classic recursion and proposition of modified recursion. In Table 1 the comparison of three procedures is given considering the criterion parameters. As it could be expected – the classic recursion has unacceptable characteristics in the described applications i.e. assembly languages.

Procedures 5 and 6 are solutions of the more complicated problem in two ways: iteration (proc. 6) and proposed modified recursion (proc. 5). Table 2 shows usability of the proposed concept of recursion.

There is also presented a set of simple restrictions and preferences of using the presented method. It is possible to obtain the following features when complying with these limitations:

- decreased needs for program-memory,
- shorten of the execution time (ET),
- no excessive needs for program-stack.